COMPARAISON DES NOMBRES DECIMAUX

Un exemple de remédiation pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés concernant la comparaison de nombres décimaux.

Constat de la recherche (voir les articles d'Eric Roditi cités en fin de document) :

Eric Roditi montre dans ses articles que la connaissance des nombres est à la fois sémantique (perception de la valeur exacte ou approchée du nombre) et syntaxique (lecture et notation du nombre). Lors de la procédure de comparaison de nombres, il faut aussi savoir situer un nombre par rapport aux autres.

Ainsi des travaux menés sur les nombres entiers montrent que, par exemple, il faut moins de temps pour comparer 92 et 55 que pour comparer 62 et 55 parce que la distance entre 92 et 55 est plus grande que celle entre 62 et 55. L'activité de comparaison ne se réduit pas, en effet, à comparer les chiffres des dizaines puis, en cas d'égalité, à comparer les chiffres des unités. Il y a un « effet distance » lié à une perception de la valeur approximative des nombres entiers.

Il est donc important, lors des remédiations ou aides apportées aux élèves en difficulté, de travailler sur ces deux aspects (le traitement syntaxique, souvent abordé dans les exercices, mais aussi le traitement sémantique, en redonnant du sens aux notions et en permettant d'éliminer les règles implicites que se sont construits à tort certains élèves : « le plus petit nombre est celui dont la partie décimale est la plus petite » ; « le plus petit nombre est celui dont la partie décimale a le plus de chiffres » ; « si la partie décimale d'un des nombres a pour premier chiffre 0, c'est le plus petit » ; « si les parties entières sont égales, le nombre le plus grand est celui dont l' « entier » à droite de la virgule est le plus grand »…

Plusieurs points saillants, qui ont émergé du croisement des résultats de 400 élèves de différents niveaux (du CM1 au lycée professionnel), sont utiles pour diriger les aides données aux élèves en difficulté :
- Pour comparer par exemple, 3,14 et 3,5, l'aide qui consiste à proposer de « rajouter un zéro » (se ramener à 3,14 et 3,50) n'est pas efficace. Elle ne change en effet rien à la connaissance des nombres décimaux.
- Les erreurs sont plus fréquentes lorsque la comparaison des nombres décimaux est demandée en dehors de tout contexte dans lesquels les nombres expriment des mesures.
- Les élèves qui savent représenter les nombres décimaux, par exemple sur une graduation, réussissent beaucoup mieux les tâches de comparaison que les autres.
-L'utilisation d'une présentation orale des nombres lors des questions posées aux élèves les met davantage en difficulté que lorsque la présentation est écrite.
- La rapidité et le nombre d'erreurs à un test donné (à des adultes) montrent que la distance entre deux nombres (procédure sémantique) est utilisée simultanément à la lecture des chiffres (procédure syntaxique).

À partir de ces constats, un scénario d'aide a été élaboré par Eric Roditi et testé par une enseignante.

Présentation du scénario d'aide :

Eric Roditi a élaboré un scénario d'aide qui d'une part favorise un traitement sémantique des écritures numériques en demandant aux élèves d'exprimer les nombres de différentes façons et d'en donner des valeurs approximatives, et qui d'autre part met en lien les représentations des nombres et les procédures de comparaison.

Trois axes sont ainsi retenus pour concevoir un scénario d'aide aux élèves en difficulté pour comparer des décimaux :

- proposer des situations écrites où les nombres décimaux peuvent être lus et pas seulement entendus
- favoriser un traitement sémantique des écritures numériques en faisant exprimer les nombres approximativement et par différents registres de représentation
- faire expliciter et critiquer des procédures de comparaison

Le scenario complet d'Eric Roditi est présenté dans ses articles (voir ci-dessous).

Nous en proposons ici une version simplifiée et plus courte : pour travailler avec chaque élève en difficulté sur la comparaison des nombres décimaux, l'enseignant pose une question permettant à l'élève d'expliciter sa procédure. En fonction de cette explicitation, l'enseignant lui propose une proposition ou une contre-proposition. L'élève dispose de différents matériels pour manipuler (règles, ciseaux, bandelettes, pièces de monnaie, carrés quadrillés, etc.).

Exemple :

Question : entoure le plus grand nombre entre 8,7 et 8,14

L'élève entoure le bon nombre

Enseignant : « *L'autre jour, un élève comme toi avec qui je travaillais, m'a dit que comme 7 était plus petit que 14, 8,7 était plus petit que 8,14. Qu'est-ce que tu en penses ? Comment pourrais-tu faire pour voir qui a raison avec le matériel qui est là ?*

L'élève entoure le mauvais nombre

L'enseignant cherche d'abord a faire expliciter la procédure de l'élève puis l'amène à représenter les nombres.

L'élève n'arrive pas à expliciter sa démarche

On lui suggère la règle implicite qu'il a probablement utilisée : « *un élève m'a expliqué que comme 7 était plus petit que 14, alors 8,7 était plus petit que 8,14.Qu'est-ce que tu en penses?*»

L'élève arrive à expliciter sa démarche

l'enseignant lui propose : «*un (autre) élève m'a dit que 8,7 était le plus grand car 7 dixièmes c'est pareil que 70 centièmes, et 70 est plus grand que 14.Qu'est-ce que tu en penses ? Comment pourrais-tu faire, avec le matériel qui est là, pour voir qui a raison?*».

Ainsi, l'élève doit expliciter sa démarche, en étant confronté à une proposition ou contre - proposition « neutre » (c'est un autre élève qui l'aurait exprimée et non l'enseignant), à l'aide éventuellement de matériel, en travaillant sur la procédure sémantique de comparaison. Des exemples de proposition et contre-proposition se trouvent en annexe.

Remarques et conclusion :

- Cette recherche a montré que la procédure de comparaison des nombres décimaux ne repose pas seulement sur un traitement de l'écriture décimale, alors que l'enseignement propose souvent cette seule approche. Elle a montré aussi qu'une aide conduisant les élèves à mettre en relation la représentation décimale des nombres et différentes procédures pour, dans différentes situations, les situer entre eux ou appréhender leur distance, pourrait s'avérer efficace pour qu'ils surmontent leurs difficultés. Il ne s'agit pas de refaire le cours mais bien de permettre à l'élève d'interroger lui-même ses stratégies.

- Intérêt de cette stratégie : dans les tâches proposées, les nombres décimaux sont écrits, et ce qui est dit est en relation avec ce qui est écrit. Les consignes données par l'enseignant favorisent un traitement sémantique reposant à la fois sur la recherche de valeurs approchées et sur le changement par registres de représentation. Les questions posées poussent les élèves à expliciter et à critiquer les procédures qu'ils utilisent pour comparer des décimaux.

Bibliographie :

Eric Roditi. La comparaison des nombres décimaux. Comprendre les difficultés, aider à les surmonter. *Le Bulletin Vert = Bulletin de l'APMEP, 2008, 477, pp.479-483.*

Une version plus complète :

Eric Roditi. La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 2007,* n°12, p.55-81.

Une video présentant les recherches

Eric Roditi. https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/22516-comprendre-et-favoriser-lapprentissage-des-mathematiques-comment/8e2ee78d09e7e163663ffc20e0bf400f6e9d4956172a8b183d25eeacd9c2ee37/

À vous de jouer : envisager des suggestions et contre-suggestions à proposer suivant les raisonnements supposés des élèves

Comparaison	Suggestion et contre-suggestion
1,97 et 4,28	Suggestion : Contre-suggestion :
8,7 et 8,14	Suggestion : Contre-suggestion :
12,27 et 12,1	Suggestion : Contre-suggestion :
14,036 et 14,17	Suggestion : Contre-suggestion :
7,013 et 7,18	Suggestion : Contre-suggestion :

Comparaison	Suggestion et contre-suggestion *« un enfant, comme toi, avec qui je travaillais, m'a dit que … »*
1,97 et 4,28	Suggestion : *Pour les nombres décimaux, ce qui compte le plus, c'est la partie décimale.* *0,28 est plus petit que 0,97 donc 4,28 est plus petit que 1,97.* Contre suggestion : *Il faut d'abord s'occuper des parties entières. Comme 4 est plus grand que 1, 4,28 est plus grand que 1,97.*
8,7 et 8,14	Suggestion : *7 est plus petit que 14 donc 8,7 est plus petit que 8,14.* Contre suggestion : *7 dixièmes, c'est pareil que 70 centièmes. 70 est plus grand que 14, donc 8,7 est plus grand que 8,14.*
12,27 et 12,1	Suggestion : *Dans 12,27 il y a des centièmes, dans 12,1 il n'y a que des dixièmes. Comme les centièmes sont plus petits que les dixièmes, 12,27 est plus petit que 12,1.* Contre suggestion : *1 dixième, c'est pareil que 10 centièmes et 10 centièmes c'est plus petit que 27 centièmes, donc 12,1 est plus petit que 12,27.*
14,036 et 14,17	Suggestion : *17 est plus petit que 36, donc 14,17 est plus petit que 14,036* Contre-suggestion : *14,036 a un zéro à la place des dixièmes, 14,17 a un 1, donc 14,036 est le plus petit.*
7,013 et 7,18	Suggestion : *7,013 a plus de chiffres après la virgule que 7,18, donc il est forcément plus grand.* Contre suggestion : *18 centièmes, c'est 180 millièmes, donc 7,18 est plus grand que 7,013.*