Le Dobble :

éléments de correction.

Un jeu respectant les critères suivants sera dit « jeu valide » :
- **C1** : deux cartes quelconques disposent toujours d'un symbole commun et un seul
- **C2** : chaque symbole apparaît au moins deux fois (sinon il ne sert à rien!)
- **C3** : chaque symbole doit apparaître autant de fois (pour un jeu équilibré)
- **C4** : le nombre de symboles par carte doit être le même pour toutes les cartes.

Nous noterons :
- s le nombre de **s**ymboles utilisés.
- u le nombre de cartes **u**tilisant un symbole donné.
- p le nombre de symboles **p**résent sur chaque carte .

Les symboles seront notés A, B, C …comme dans l'exemple pour plus de facilité.

I Découverte :

1) Les trois jeux suivants ne sont pas des jeux « valides » :
- **Jeu 1 :** ABD ; ACE ; BCF

Le critère C2 n'est pas respecté : les symboles D, E et F ne sont utilisés qu'une fois.
- **Jeu 2 :** ABC ; ADE ; BDF ; FAG ; GBE

Le critère C3 n'est pas respecté : le symbole A apparaît trois fois, le symbole G seulement deux.
- **Jeu 3 :** ABD ; ABD ; DC : Le critère C4 n'est pas respecté.

2) - On ne peut pas faire un « jeu valide » de quatre cartes avec seulement deux symboles par carte.
En effet, ce jeu contiendrait 8 symboles (deux par carte!), certains étant répétés.
- Deux symboles différents ne suffisaient déjà pas pour un jeu de trois cartes.
- Trois symboles différents ne permettent pas de respecter C3 puisque 8 n'est pas divisible par 3.
- S'il y avait 4 symboles différents, chacun serait répété (seulement) deux fois et ainsi une carte ne pourrait avoir de symbole en commun avec les trois autres.

3) La carte égarée était AEHK.

II Le cas $u = 2$:

1) Le jeu complété *:*	*Carte 1 A B* ***D***	*Carte 2 A C* ***E***
	Carte 3 B C ***F***	*Carte 4* ***D E F***

2) Conjecture : $n = p + 1$ et $s = p(p+1)/2$.

3) Nous disposons de n nouveaux symboles :
Pour k allant de 1 à n faire :
    ajouter le symbole numéro k à la carte numéro k
    ajouter le symbole numéro k à la carte numéro $n+1$
Fin pour

III Le cas général :

Dans cette partie, nous noterons c le nombre de cartes d'un « jeu valide ».

1) a) Le nombre de couples de cartes est $c(c-1)/2$
(choix de la première puis de la deuxième avec symétrie)
ou alors, en choisissant les couples par symboles communs : $s \times u \times (u-1)/2$
(première carte puis un autre symbole identique, le tout multiplié par le nombre de symboles différents...).
b) Le nombre total de symboles dessinés dans le jeu est $s \times u$ ou $c \times p$.
c) $s \times u = c \times p \Leftrightarrow s = c \times p/u$ ($u \neq 0$)
et $c(c-1)/2 = s \times u \times (u-1)/2 \Leftrightarrow c(c-1) = c \times p(u-1) \Leftrightarrow c-1 = p(u-1) \Leftrightarrow c = p(u-1)+1$.

2) Il n'existe pas de « jeu valide » de 8 cartes avec u = 3 car $c = p(u-1)+1 = 2p+1$ (impair).

3) Le triplet (*s, u, p*) = (*14, 6, 4*) ne permet pas de construire un « jeu valide » de 21 cartes.
En effet, le petit nombre de symboles ne permet même pas de construire les 14 premières cartes !
On peut donc en conclure que les formules précédentes sont des conditions « nécessaires » mais pas « suffisantes ».