

Quel dé choisir ?

Dé Rouge : six faces numérotées 4 – 4 – 4 – 4 – 4 - 4
Dé Bleu : six faces numérotées 2 – 2 – 2 – 2 – 8 – 8
Dé Vert : six faces numérotées 0 – 0 – 6 – 6 – 6 – 6

Les trois dés sont supposés équilibrés.

1 – Quelle est la probabilité que le résultat obtenu avec le dé Bleu soit supérieur à celui obtenu avec le dé Rouge ?

Seul le résultat obtenu avec le dé bleu intervient dans cette question. Ce résultat est supérieur à celui obtenu avec le dé Rouge si et seulement si ce résultat est 8, ce qui se produit 2 fois sur 6. Le dé étant équilibré, les six résultats sont équiprobables, on en déduit que la probabilité cherchée est $1/3$.

2 – Quelle est la probabilité que le résultat obtenu avec le dé Bleu soit supérieur à celui obtenu avec le dé Vert ?

On considère ici les 36 couples de résultats possibles, supposés équiprobables. Le résultat obtenu avec le dé Bleu est inférieur à celui obtenu avec le dé Vert si et seulement si le dé Bleu affiche 2 alors que le dé Vert affiche 6, ce qui se produit 16 fois sur 36. L'égalité étant impossible, on en déduit que le résultat obtenu avec le dé Bleu est supérieur à celui obtenu avec le dé Vert dans 20 cas sur 36. on en déduit que la probabilité cherchée est $20/36$ soit $5/9$.

3 – Le maître du jeu vous demande de choisir un dé puis choisit le sien.

a) Montrer que quelque soit votre choix, il a plus de chance de gagner que vous.

Si je choisis le dé Bleu, l'organisateur choisit le dé rouge et gagne 4 fois sur 6, si je choisis le Vert, il choisi le Bleu et gagne 5 fois sur 9, si je choisis le Rouge, il choisit le Vert et gagne en moyenne 4 fois sur 6. Dans chacun des cas, il peut choisir un dé plus favorable que le mien !

b) La participation au jeu coûte 1 € et vous recevez 2,50 € en cas de gain. Ce jeu vous est-il favorable ?

D'après ce qui précède, le dé le moins défavorable pour moi est le dé vert, que je choisis donc. L'organisateur, soucieux de ses intérêts, choisit alors le dé Bleu.

Les 36 parties possibles me coûteraient au total 36 € et me rapporteraient $\frac{5}{9} \times 36 \times 2,5 = 40$ €, le jeu m'est donc favorable.

4 – Le jeu est modifié de la façon suivante : le dé vert vous est attribué, et le maître du jeu tire au hasard l'un des deux dés restants. Qui a maintenant le plus de chances de gagner ?

La situation peut être décrite grâce à l'arbre ci contre :

La probabilité de gagner pour moi est $P(G) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

Le jeu m'est donc maintenant favorable.

