

## Pour commencer : dossier sciences

### Le carbone 14

Le carbone possède plusieurs formes appelées « isotopes » parmi lesquelles le carbone 14, ou  $^{14}\text{C}$ . Cet élément est radioactif, et sa radioactivité décroît au fil du temps à un rythme parfaitement régulier. Les scientifiques s'en servent donc comme « chronomètre » pour estimer l'âge d'objets très variés : œuvres d'art, roches, fossiles...



Appareil de spectrométrie de masse

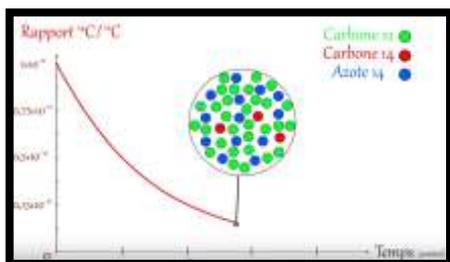
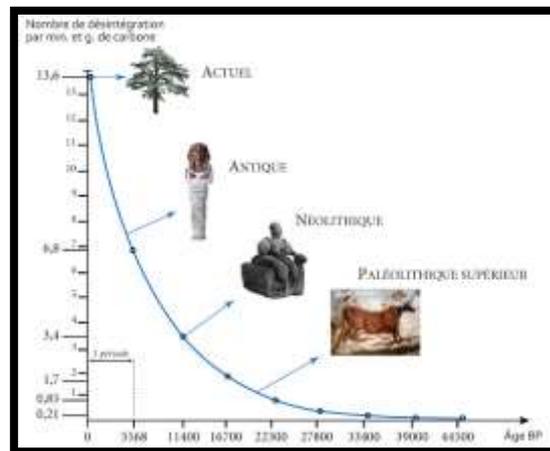
### Principe de la datation du carbone 14

**Etape 1 :** Les chercheurs prélèvent un échantillon d'un objet (quelques grammes ou microgrammes) qu'ils veulent dater, et le préparent à travers une succession de réactions physico-chimiques.

On ne conserve que le carbone contenu dans l'échantillon.

**Etape 2 :** Les chercheurs déterminent la quantité de carbone 14 par des mesures de radioactivité ou par spectrométrie de masse, et peuvent ainsi calculer « l'âge carbone 14 » de l'objet.

**Etape 3 :** Il leur faut ensuite comparer cet « âge carbone 14 » à une courbe d'étalonnage pour relier cet âge relatif à un âge réel, et ainsi savoir depuis combien de temps l'objet existe. On peut ainsi en déduire l'âge de l'objet étudié et remonter jusqu'à 50 000 ans environ (au-delà, la technique n'est pas assez précise).



Vidéo pour illustrer ces informations :

<https://www.youtube.com/watch?v=4weQnbSdlu8>

**TP : Déterminer l'âge d'un fossile avec le principe de la datation par le carbone 14 (avec aides)**

**Partie A : Etude de la fonction C avec GeoGebra**

La concentration de carbone 14 décroît à la mort de l'organisme vivant par la fonction :  $C(t) = C_0 \times e^{-\lambda t}$ .

- où  $t$  est le temps passé, en années depuis la mort de l'organisme,
- $C_0$  est la concentration de carbone 14 au moment de la mort ( $C_0 \approx 10^{-12}$ ),
- $\lambda$  est la constante radioactive du carbone 14 ( $\lambda \approx 1,21 \times 10^{-4}$  par an)

- 1) Ecrire  $C(t)$  en remplaçant les constantes  $C_0$  et  $\lambda$  par leurs valeurs. Tracer la courbe avec GeoGebra. Décrire et interpréter l'allure de la courbe.

Aide : Pour  $0 \leq t \leq 30\,000$  on a :  $0 \leq C(t) \leq 1,4 \times 10^{-12}$



- 2) Calculer  $C'(t)$  sur  $]0; +\infty[$ .

Rappel formule de dérivation de la fonction exponentielle :  
La fonction  $x \mapsto e^u$  est dérivable. Sa dérivée est la fonction  $x \mapsto u'e^u$ .



- 3) Calculer  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$ .

Rappel : Pour  $x \in \mathbb{R}$  :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$ .



- 4) Dresser le tableau de variations de la fonction  $C$  sur  $]0; +\infty[$ .

- 5) Graphiquement, déterminer à 10 ans près, la plus petite valeur  $t_0$  à partir duquel  $C(t_0) \leq 3 \times 10^{-14}$ .

Aide : Tracer  $y = 3 \times 10^{-14}$  et lire l'abscisse du point d'intersection avec la courbe.



**Partie B : Recherche de seuil avec un tableur**

Un fossile a été découvert, l'échantillon prélevé présente une concentration de carbone de  $3 \times 10^{-14}$ . On souhaite dater cet échantillon à l'aide d'un tableur.

- 1) Ouvrir un logiciel muni d'un « tableur ».

Dans les colonnes A et B, recopier et compléter le tableau de valeurs ci-contre de la fonction  $C$ , pour  $t$  allant de 0 à 30 000 avec un pas de 1 000.

|    | A     | B        |
|----|-------|----------|
| 1  | Année | C(t)     |
| 2  | 0     | 1,00E-12 |
| 3  | 1000  |          |
| 4  | 2000  |          |
| 5  | 3000  |          |
| 6  | 4000  |          |
| 7  | 5000  |          |
| 8  | 6000  |          |
| 9  | 7000  |          |
| 10 | 8000  |          |
| 11 | 9000  |          |
| 12 | 10000 |          |

Pas = 1000

$C(t) = 10^{-12} \times e^{-1,21 \times 10^{-4} \times t}$   
B2 = 10^-12 \* EXP(-1,21\*10^-4\*A2)



- 2) A l'aide du tableau, déterminer au millier près, la valeur du seuil  $t_0$  à partir duquel  $C(t_0) \leq 3 \times 10^{-14}$ .

Ce seuil  $t_0$  est le temps passé depuis la mort de l'organisme fossilisé (au millier d'année près).

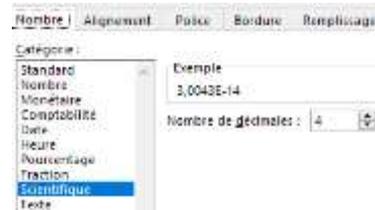
- 3) Affiner votre tableau afin de déterminer le temps passé depuis la mort de l'individu fossilisé à 50 années près puis à l'année près. *Pour une meilleure approximation, afficher les valeurs de la colonne B en écriture scientifique avec 4 décimales.*

**Aide pour modifier la colonne A :**

Estimation à 50 années près  $\Rightarrow$  prendre un pas de 50 pour  $28000 \leq t \leq 29000$

Estimation à l'année près  $\Rightarrow$  prendre un pas de 1 pour  $28950 \leq t \leq 29000$

**Aide pour modifier le format de cellule de la colonne B :**



**Partie C : Recherche d'un seuil avec Python**

On souhaite rechercher un seuil en utilisant une  autre méthode : la programmation.

- 1) Ecrire en langage Python une fonction **datation (C)**, où  $C$  désigne une concentration  $C < 10^{-12}$ , renvoyant la plus petite valeur  $t_0$  (à l'unité près) à partir duquel  $C(t_0) \leq C$ .

\_ Importer la bibliothèque maths : **from maths import \*** en début de programme.  
 \_ Etat initial :  $C(t) = 10^{-12}$   
 \_ Utiliser une boucle « tant que  $C(t) > C$  »  
 \_ Calculer la concentration à l'aide la fonction  $C(t) = 10^{-12} \times e^{-1,21 \times 10^{-4} t}$  en faisant varier  $t$  avec un pas de 1.  
 \_ Utiliser ensuite la commande **exp(x)** pour  $e^x$ .



- 2) Tester le programme avec  $C = 3 \times 10^{-14}$ .  
 3) Comparer le résultat obtenu avec la partie B.

**Partie D : Analyser des résultats**

- 1) A quelle période appartient le fossile ?

Préhistoire

Moyen Age

Renaissance

Aide : si vous trouvez  $t = 28\,900$ , alors le fossile date de l'année  $2021 - 28\,900 = -26\,879$  !



- 2) Du tissu a été retrouvé datant de l'époque de Pythagore aux environs de 580 av. J.-C., à Samos, une île de la mer Égée au sud-est de la ville d'Athènes. En utilisant la méthode de votre choix (courbe, tableur, programme), retrouver quelle valeur de concentration de carbone C 14 sera mesurée sur ce tissu.

Aide : si le tissu date de 580 av. J.C. alors  $t = 2021 - (-580) = 2601$



## TP : Déterminer l'âge d'un fossile avec le principe de la datation par le carbone 14 (sans aides)

### Partie A : Etude de la fonction C avec GeoGebra

La concentration de carbone 14 décroît à la mort de l'organisme vivant par la fonction :  $C(t) = C_0 \times e^{-\lambda t}$ .

- où  $t$  est le temps passé, en années depuis la mort de l'organisme,
- $C_0$  est la concentration de carbone 14 au moment de la mort ( $C_0 \approx 10^{-12}$ ),
- $\lambda$  est la constante radioactive du carbone 14 ( $\lambda \approx 1,21 \times 10^{-4}$  par an)

- 1) Tracer la courbe de la fonction  $C(t)$  avec GeoGebra. Décrire et interpréter l'allure de la courbe.
- 2) Calculer  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$ .
- 3) Dresser le tableau de variations de la fonction  $C$  sur  $]0 ; +\infty[$ .
- 4) Graphiquement, déterminer à 10 ans près, la valeur du seuil  $t_0$  à partir duquel  $C(t_0) \leq 3 \times 10^{-14}$ .

### Partie B : Recherche de seuil avec un tableur

Un fossile a été découvert, l'échantillon prélevé présente une concentration de carbone de  $3 \times 10^{-14}$ . On souhaite dater cet échantillon à l'aide d'un tableur.

- 1) Ouvrir un logiciel muni d'un « tableur ».

Dans les colonnes A et B, recopier et compléter le tableau de valeurs ci-contre de la fonction  $C$ , pour  $t$  allant de 0 à 30 000 avec un pas de 1 000.

|    | A     | B        |
|----|-------|----------|
| 1  | Année | C(t)     |
| 2  | 0     | 1,00E-12 |
| 3  | 1000  |          |
| 4  | 2000  |          |
| 5  | 3000  |          |
| 6  | 4000  |          |
| 7  | 5000  |          |
| 8  | 6000  |          |
| 9  | 7000  |          |
| 10 | 8000  |          |
| 11 | 9000  |          |
| 12 | 10000 |          |

Pas = 1000

$C(t) = 10^{-12} \times e^{-1,21 \times 10^{-4} \times t}$   
B2 = 10^-12\*EXP(-1,21\*10^-4\*A2)

- 2) A l'aide du tableau, déterminer au millier près, la valeur du seuil  $t_0$  à partir duquel  $C(t_0) \leq 3 \times 10^{-14}$ .  
Ce seuil  $t_0$  est le temps passé depuis la mort de l'organisme fossilisé (au millier d'année près).
- 3) Affiner votre tableau afin de déterminer le temps passé depuis la mort de l'individu fossilisé à 50 années près puis à l'année près. *Pour une meilleure approximation, afficher les valeurs de la colonne B en écriture scientifique avec 4 décimales.*

### Partie C : Recherche d'un seuil avec Python

On souhaite rechercher un seuil en utilisant  une autre méthode : la programmation.

- 1) Ecrire en langage Python une fonction **datation (C)**, où  $C$  désigne une concentration  $C < 10^{-12}$  renvoyant le seuil  $t_0$  (à l'année près) à partir duquel  $C(t) \leq C$  pour  $t \geq t_0$ .
- 2) Tester le programme avec  $C = 3 \times 10^{-14}$ .
- 3) Comparer le résultat obtenu avec la partie B.

### Partie D : Analyser des résultats

- 1) A quelle période appartient le fossile ?

Préhistoire

Moyen Age

Renaissance

- 2) Du tissu a été retrouvé datant de l'époque de Pythagore aux environs de 580 av. J.-C., à Samos, une île de la mer Égée au sud-est de la ville d'Athènes. En utilisant la méthode de votre choix (courbe, tableur, programme), retrouver quelle valeur de concentration de carbone C 14 sera mesurée sur ce tissu.