

D.M. d'algorithmique. Suites.

Dans ce D.M. seuls les algorithmes en langage naturel seront évalués. Les traductions en Python permettront aux élèves de tester et valider leurs algorithmes écrits en langage naturel, mais ne seront pas évalués.

On considère la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + n + 1 \end{cases}$$

I) Calcul d'un terme.

Ecrire en langage naturel, un algorithme permettant de calculer la valeur d'un terme en demandant au préalable son indice. Traduire votre algorithme en Python et le tester en vérifiant avec les 1^{ers} termes calculés à la main.

Rendre votre copie au professeur pour l'évaluation de cette 1^{ère} partie.

II) Calcul d'une somme.

Poursuivre votre travail sur la copie de la 1^{ère} partie.

En complétant l'algorithme du corrigé de la 1^{ère} partie, écrire un algorithme en langage naturel permettant de calculer la valeur d'un terme en demandant au préalable son indice, et calculant la somme de tous les termes jusqu'à celui calculé au préalable (y compris).

Traduire votre algorithme en Python et le tester.

III) Recherche d'un seuil.

1. Montrer que la suite (u_n) diverge vers $+\infty$.
2. En modifiant l'algorithme de la correction de la 1^{ère} partie, écrire en langage naturel un algorithme permettant de savoir à partir de quel indice les termes de la suite dépassent une valeur qui aura été demandée.

Traduire votre algorithme en Python et le tester.

Corrigé D.M. d'algorithmique. Suites. **Sujet A. 1^{ère} partie.**

Il faut comprendre de quelle manière on calcule les termes de la suite.

Pour cela, il faut calculer les premiers termes à la main et identifier clairement le procédé.

$$u_{n+1} = u_n^2 + n + 1$$

$u_0 = 0$
 $u_1 = u_0^2 + 0 + 1 = 0^2 + 0 + 1 = 1$
 $u_2 = u_1^2 + 1 + 1 = 1^2 + 1 + 1 = 3$
 $u_3 = u_2^2 + 2 + 1 = 3^2 + 2 + 1 = 12$
 $u_4 = u_3^2 + 3 + 1 = 12^2 + 3 + 1 = 148$

Ces valeurs varient de 0 à 3 quand on calcule les termes de u_1 à u_4

même nombre

Algorithme en langage naturel

Demander l'indice N du terme à calculer.

U prend la valeur 0.

Pour n variant de 0 jusqu'à N-1:

U prend la valeur de $U^2 + n + 1$

Ecrire le résultat de la dernière valeur de U.

Algorithme en Python

```

from math import*
N=input("donner la valeur de l'indice ")
U=0
for n in range(0,N):
    U=pow(U,2)+n+1
print " U(",N,") = ",U
    
```

Les erreurs à éviter.

- Il faut distinguer l'indice du dernier terme à calculer et les indices successifs de tous les termes à calculer. En effet, l'indice du terme à calculer, est fixé par l'utilisateur et ne varie pas ensuite. Par contre les indices successifs des termes à calculer doivent être représentés par une variable qui prendra les valeurs successives 1; 2; 3; 4 ... Il est donc préférable d'utiliser deux noms différents, par exemple N pour l'indice du dernier terme à calculer, et n pour les indices successifs de tous les termes à calculer.
- Dans la boucle écrire "U prend la valeur de $U^2 + \underline{N} + 1$ " au lieu de "U prend la valeur de $U^2 + \underline{n} + 1$ ". Il est recommandé d'utiliser un tableau pour comprendre ce qui est calculé. Si l'utilisateur a saisi 4 pour N.

Les variables	N	n	U prend $U^2 + N + 1$
Valeur initiale	4	0	0
Valeurs successives	4	0	$0^2 + 4 + 1 = 5$
	4	1	$5^2 + 4 + 1 = 30$
	4	2	$30^2 + 4 + 1 = 905$
	4	3	$905^2 + 4 + 1 = 819030$

Calculs attendus
0
$0^2 + 0 + 1 = 1$
$1^2 + 1 + 1 = 3$
$3^2 + 2 + 1 = 12$
$12^2 + 3 + 1 = 148$

En comparant les colonnes des calculs effectués par l'algorithme faux avec ceux des calculs attendus, on s'aperçoit que les résultats sont incorrects, mais surtout on voit pourquoi. En effet la valeur soustrait est toujours à 4 alors qu'elle devrait varier de 0 à 3.

- Dans la boucle écrire "Pour n variant de 1 jusqu'à N" au lieu de "Pour n variant de 0 jusqu'à N-1". Utilisons un tableau pour comprendre ce qui est calculé. Si l'utilisateur a saisi 4 pour N.

Les variables	N	n	U prend $U^2 + n + 1$
Valeur initiale	4	0	0
Valeurs successives	4	1	$0^2 + 1 + 1 = 2$
	4	2	$2^2 + 2 + 1 = 7$
	4	3	$7^2 + 3 + 1 = 53$
	4	4	$53^2 + 4 + 1 = 2814$

Calculs attendus
0
$0^2 + 0 + 1 = 1$
$1^2 + 1 + 1 = 3$
$3^2 + 2 + 1 = 12$
$12^2 + 3 + 1 = 148$

En comparant les colonnes des calculs effectués par l'algorithme faux avec ceux des calculs attendus, on s'aperçoit que les résultats sont incorrects, mais surtout on voit pourquoi. En effet la valeur soustrait varie de 1 à 4 alors qu'elle devrait varier de 0 à 3.

1^{ère} partie

Algorithme en langage naturel

Demander l'indice N du terme à calculer.
U prend la valeur 0.
Pour n variant de 0 jusqu'à N-1:
 U prend la valeur de $U^2 + n + 1$
Ecrire le résultat de la dernière valeur de U.

Algorithme en Python

```
from math import*
N=input("donner la valeur de l'indice ")
U=0
for n in range(0,N):
    U= pow(U,2)+n+1
print" U(",N,") = ",U
```

2^{ème} partie

Algorithme en langage naturel

Demander l'indice N du terme à calculer.
U prend la valeur 0.
S prend la valeur 0.
Pour n variant de 0 jusqu'à N-1:
 U prend la valeur de $U^2 + n + 1$
 S prend la valeur de S+U
Ecrire le résultat de la dernière valeur de U.
Ecrire le résultat de la dernière valeur de S.

Algorithme en Python

```
from math import*
N=input("donner la valeur de l'indice ")
U=0
S=0
for n in range(0,N):
    U= pow(U,2)+n+1
    S=S+U
print" U(",N,") = ",U
print" la somme = ",S
```

3^{ème} partie

1. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n + 1) = +\infty$ et comme $u_n^2 \geq 0$ on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n^2 + n + 1) = +\infty$.
Donc la suite (u_n) diverge vers $+\infty$.

2. Algorithme en langage naturel

~~Demander l'indice N du terme à calculer.~~
Demander la valeur V du seuil.
U prend la valeur 0.
N prend la valeur 0.
~~Pour n variant de 0 jusqu'à N-1:~~
Tant que U est inférieur ou égale à V:
 U prend la valeur de $U^2 + n + 1$
 n prend la valeur de n+1
~~Ecrire le résultat de la dernière valeur de U.~~
Ecrire le résultat de la dernière valeur de n.

Algorithme en Python

```
from math import*
N=input("donner la valeur de l'indice ")
V=input("donner la valeur du seuil ")
U=0
n=0
for n in range(0,N):
while U<=V:
    U= pow(U,2)+n+1
    n=n+1
print" U(",N,") = ",U
print" a partir de l'indice ",n,"les termes  
depassent la valeur ",V
```