

Les spirolatères

vincent.huvelle@ac-grenoble.fr

Adaptation pour mes élèves de cycle 4 d'un article beaucoup plus complet d'Yves Martin
<http://revue.sesamath.net/spip.php?article934>

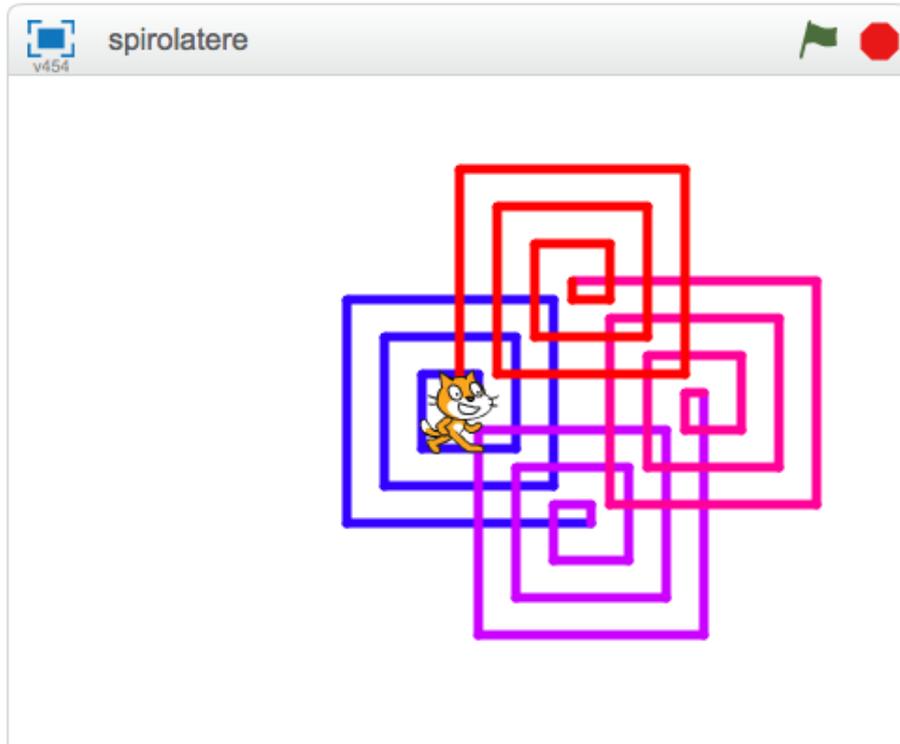


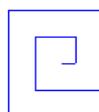
FIGURE 1 – Un spirolatère 13-cycle obtenu avec 4 itérations d'une séquence.

1 Spirolatères orthogonaux

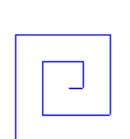
- Un spirolatère est une figure fermée obtenue en répétant une séquence.
- Une séquence est une ligne polygonale.
- Chaque segment tracé¹ est perpendiculaire au précédent et mesure 1 unité de longueur supplémentaire. Pour tracer la figure, on « tourne dans le sens anti-horaire² ».
- Une séquence de longueur n est appelé un n – cycle. On recommence la séquence initiale jusqu'à ce que l'on revienne au point de départ pour obtenir une figure fermée”.



5-cycle



8-cycle



10-cycle

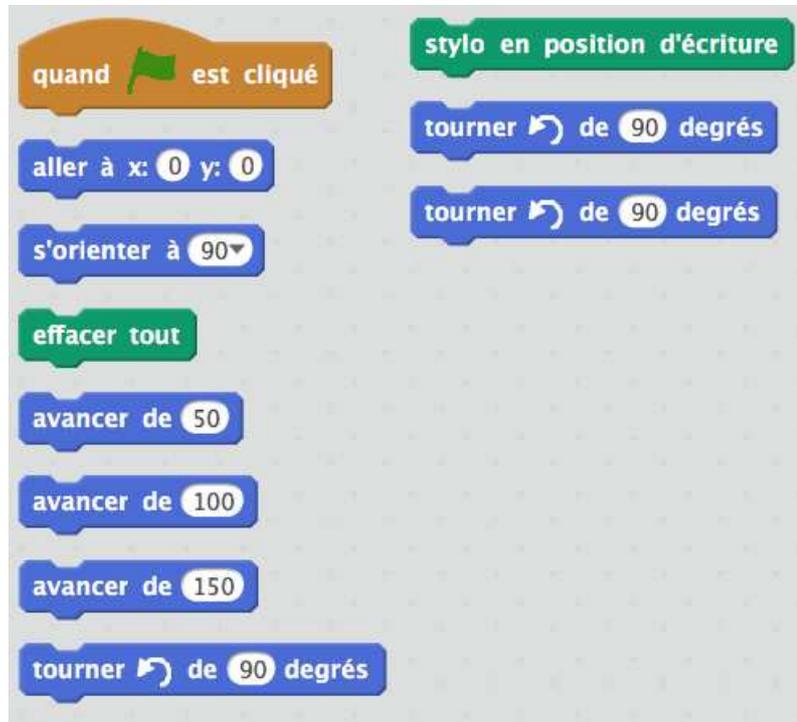
1. sauf le premier

2. Choix arbitraire qui ne change pas le résultat

3 Programmation

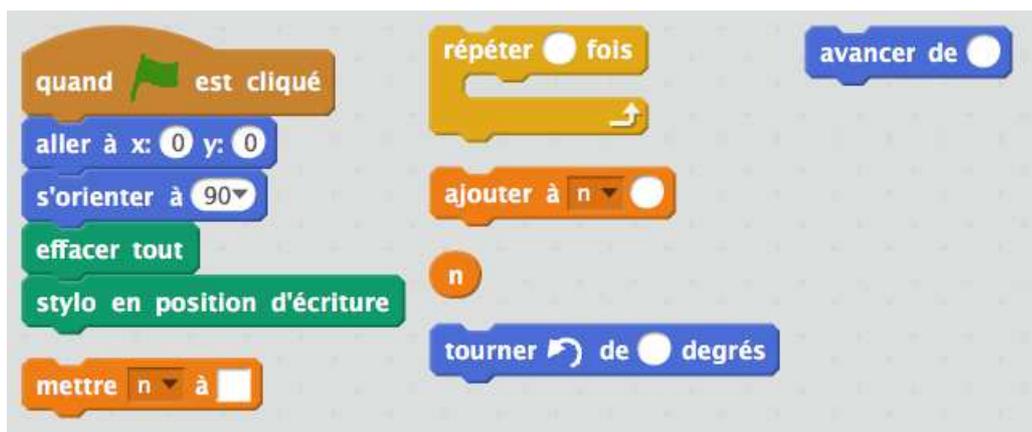
On remarque qu'il devient vite assez fastidieux de construire à la main des spirolatères avec des plus grands cycles. On remarque également que c'est un procédé « répétitif » c'est-à-dire ici " algorithmique ". On va donc naturellement créer un programme sous Scratch permettant de tracer des spirolatères. L'utilisateur pourrait avoir la possibilité de choisir la longueur du cycle et l'unité de longueur!³

1. Programme le tracé d'une séquence 3-cycle⁴ à l'aide des blocs ci-dessous :



2. On veut maintenant programmer une séquence 13-cycle à l'aide d'une variable qui va permettre ensuite de modifier la longueur du cycle.

Utilise les blocs ci-dessous pour programmer⁵ le tracé d'une séquence 13-cycle :



3. Dans le script précédent⁶, ajoute le bloc ci-dessous afin de tracer un spirolatère 13-cycle.



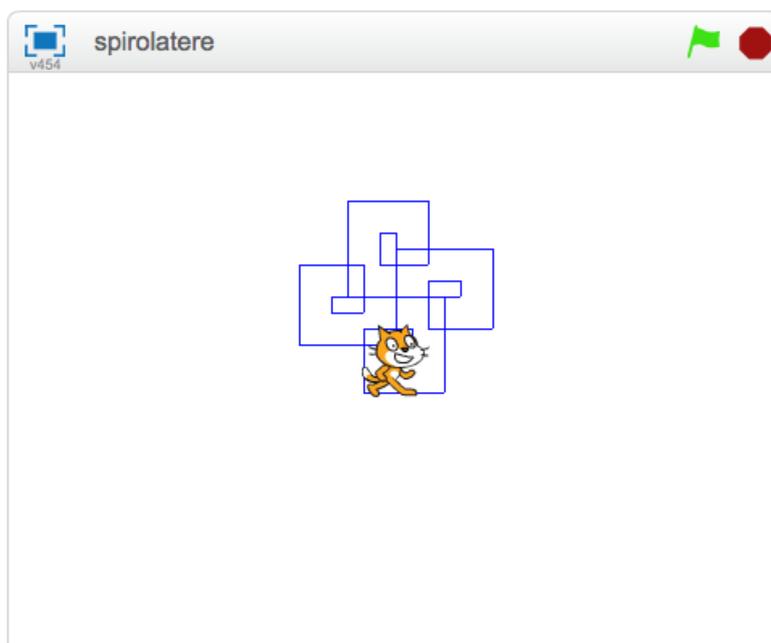
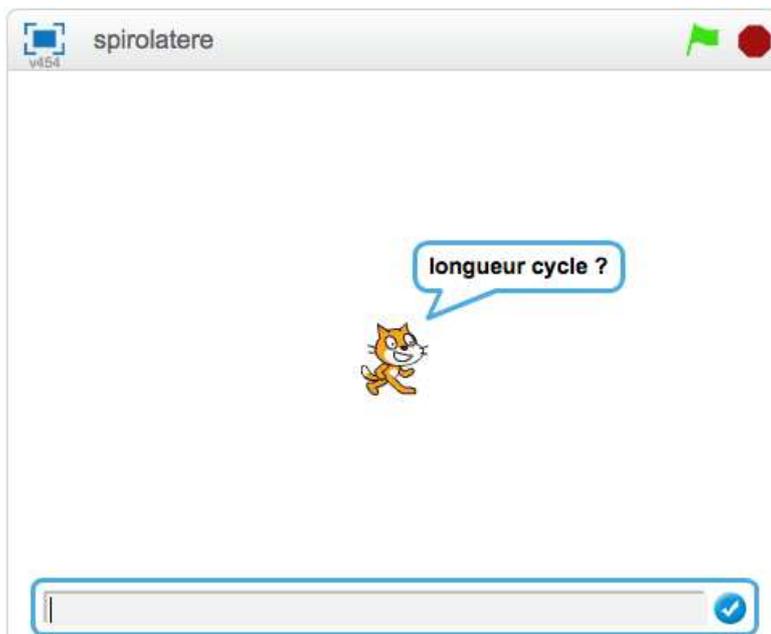
3. Plus la longueur du cycle est importante, plus l'unité de longueur doit être petite.

4. On a adapté la longueur des segments

5. On conservera les 3 blocs d'initialisation.

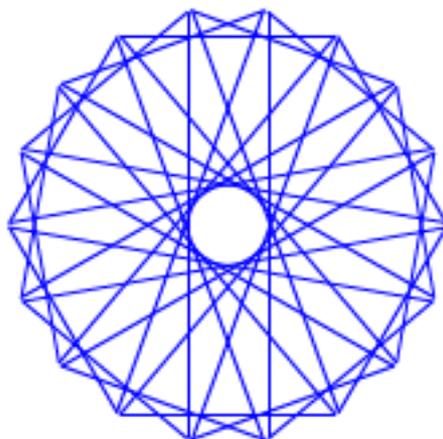
6. On initialise n à 0 et on incrémente par pas de 10

4. — Ne sachant pas à l'avance le nombre d'itérations de séquences, il est nécessaire d'ajouter un test permettant d'arrêter le programme si le spirolatère est tracé.
- Il faut également permettre à l'utilisateur de choisir :
- la longueur de la séquence,
 - l'unité de longueur du tracé
 - L'utilisateur pourrait également placer le lutin lui-même dans la fenêtre d'exécution.



4 Spirolatères à angles variables

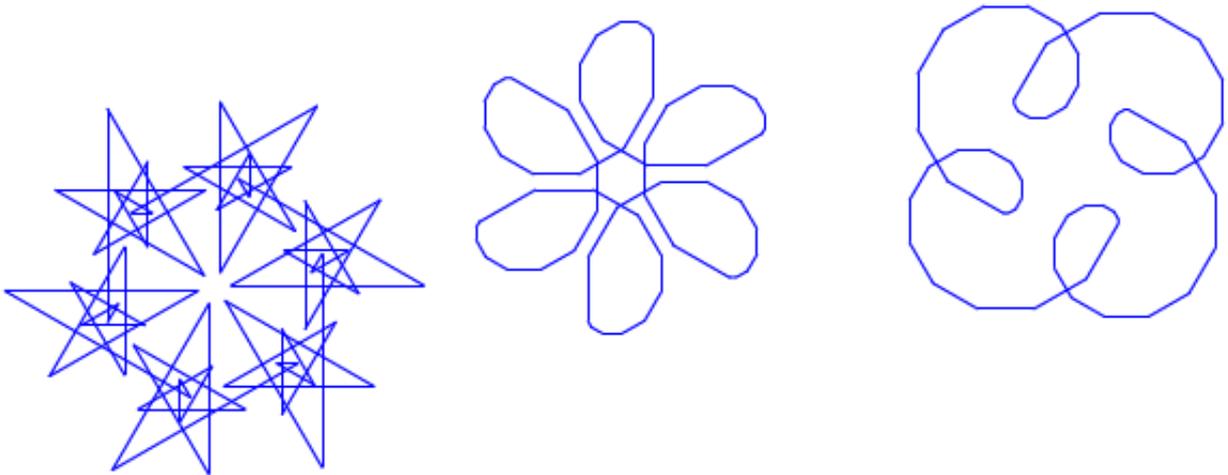
On va maintenant pouvoir choisir l'angle entre les segments.



1. Trace un spirolatère 7-cycle avec un angle de 60°
2. Trace un spirolatère 4-cycle avec un angle de 45°
3. Trace un spirolatère 2-cycle avec un angle de 50°

5 Pour aller plus loin en programmation

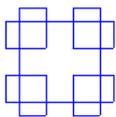
- On pourrait maintenant adapter le programme précédent afin de permettre de tracer des spirolatères avec des angles choisis.



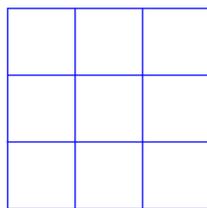
- On peut également être " plus libre " sur la séquence.
Par exemple, un spirolatère (1,4,1) signifie que la séquence est composée de 3 segments de longueurs 1, 4 et 1.

Il est nécessaire pour ce type de spirolatères de stocker plusieurs informations sans en connaître le nombre à l'avance, c'est le rôle des listes.

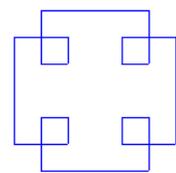
1. Crée une liste qui va permettre à l'utilisateur de donner les longueurs des côtés du $n - cycle$.
2. Programme un script qui permet de tracer de tels spirolatères. Tu peux tester les spirolatères⁷ :
 - (3,2,8,2,3)
 - (3,2,2)
 - (1,2,4,2,1)



5-cycle (3,2,8,2,3)



3-cycle (3,2,2)



5-cycle (1,2,4,2,1)

7. on garde des angles droits.

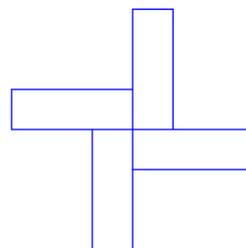
6 Démonstration

Pour justifier ou comprendre pourquoi un spirolatère⁸ existe, c'est-à-dire si la figure est fermée, on peut utiliser un tableau⁹ avec les quatre directions.

Pour qu'une séquence permette la construction d'un spirolatère, il faut et il suffit que la somme des déplacements pour les quatre directions soient égales à un moment donné.

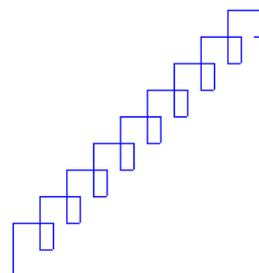
Considérons la séquence (3,1,4) :

	D	H	G	B
	3	1	4	3
	1	4	3	1
	4	3	1	4
total	8	8	8	8



Pour la séquence 4-cycle, on remarque que les déplacements ne se compensent pas...

D	H	G	B
1	2	3	4
1	2	3	4



8. On limite ici l'angle à 90° .

9. <http://www4.ac-nancy-metz.fr/pasi/IMG/545557Colleges2006.pdf>

7 Annexe

Les Spirolatères à 90° de 1 à 10 (longueur de la séquence)

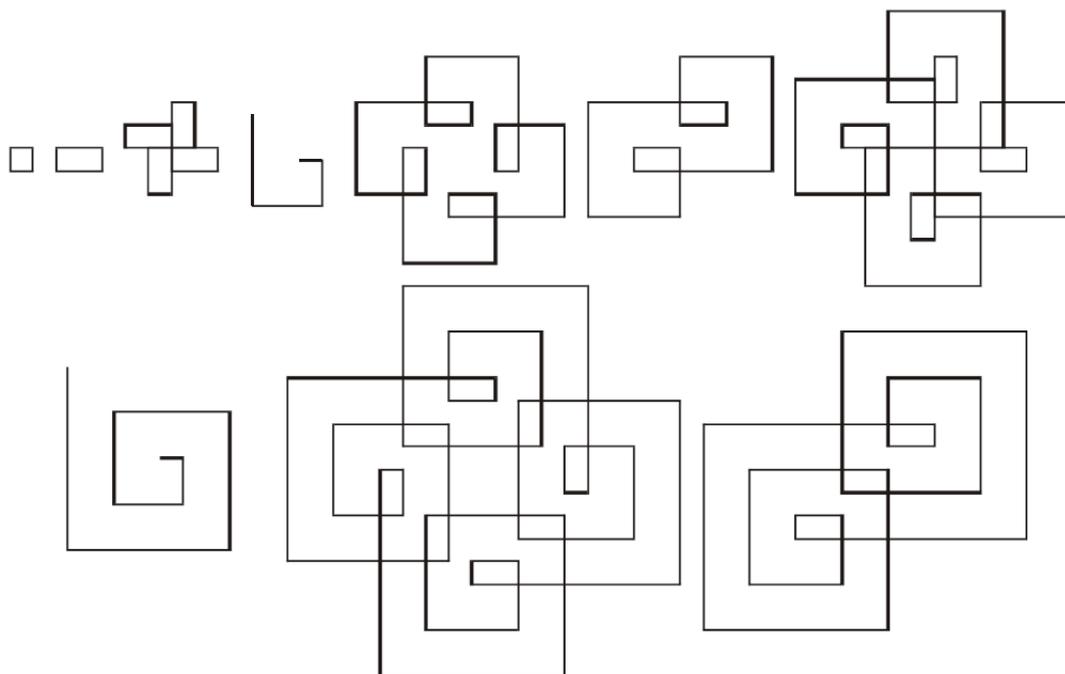


Figure 2: Spirolateral of 90 degrees, from 1 to 10 turns

Des spirolatères¹⁰ dont les angles ne sont pas des diviseurs de 180° .

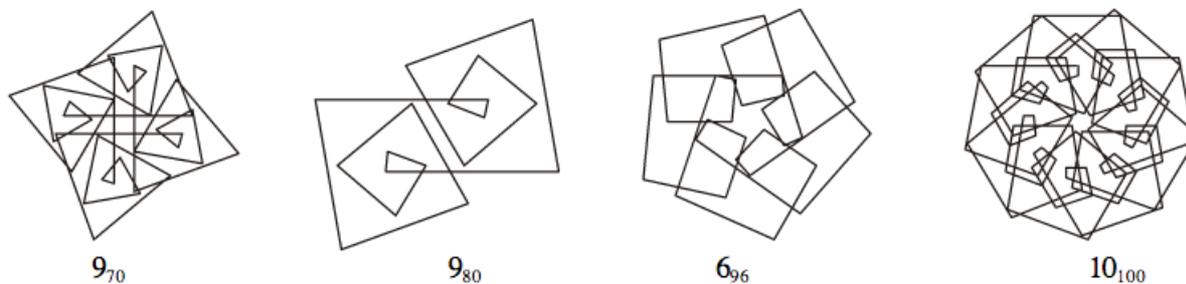


Figure 4a: Spirolaterals based on angles not $180/n$

10. <http://mypages.iit.edu/~krawczyk/mosaic00.pdf>

Des spirolatères dont les angles sont des diviseurs de 180° :

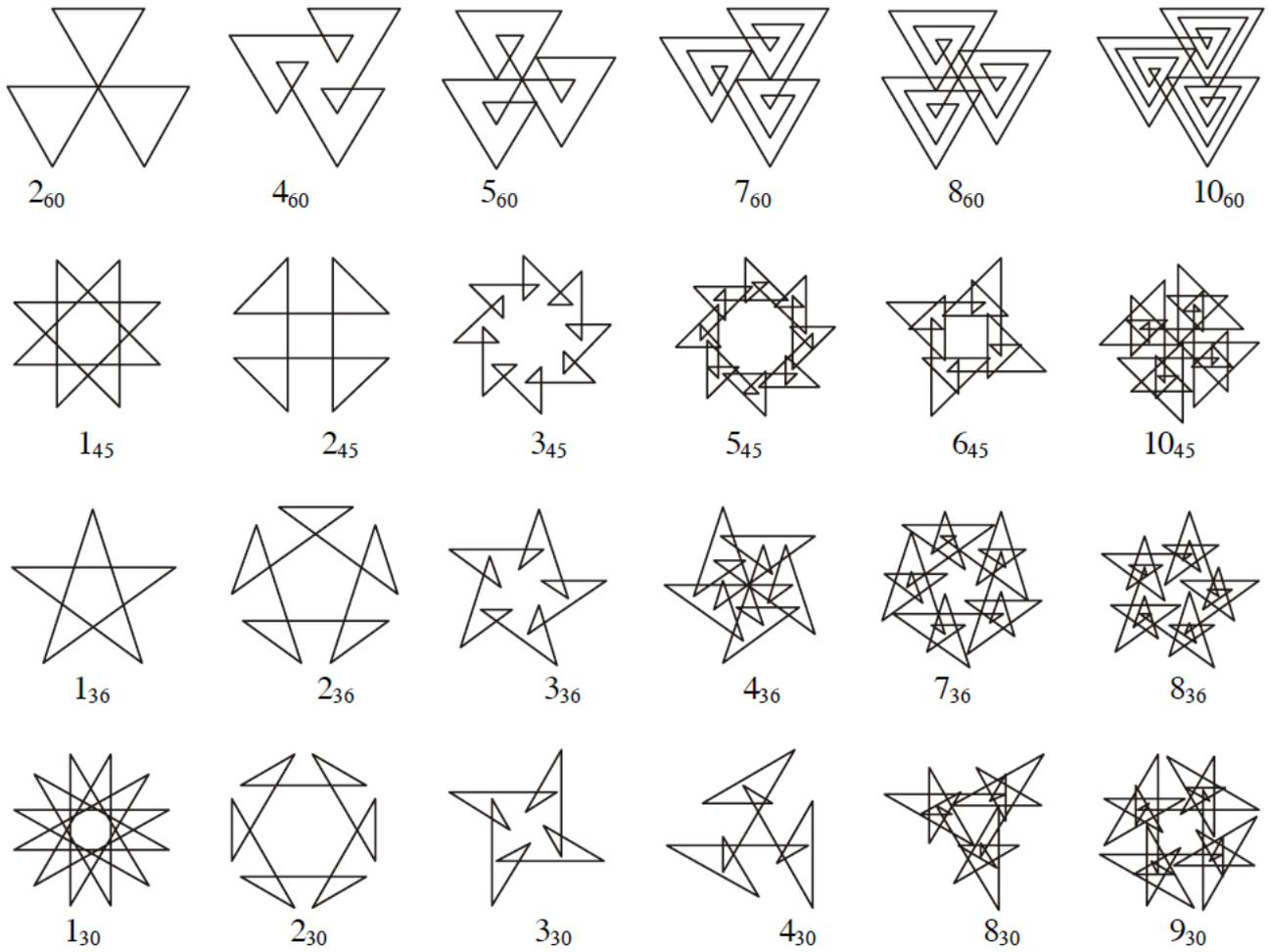


Figure 3: Spirolaterals based on an angle $180/n$

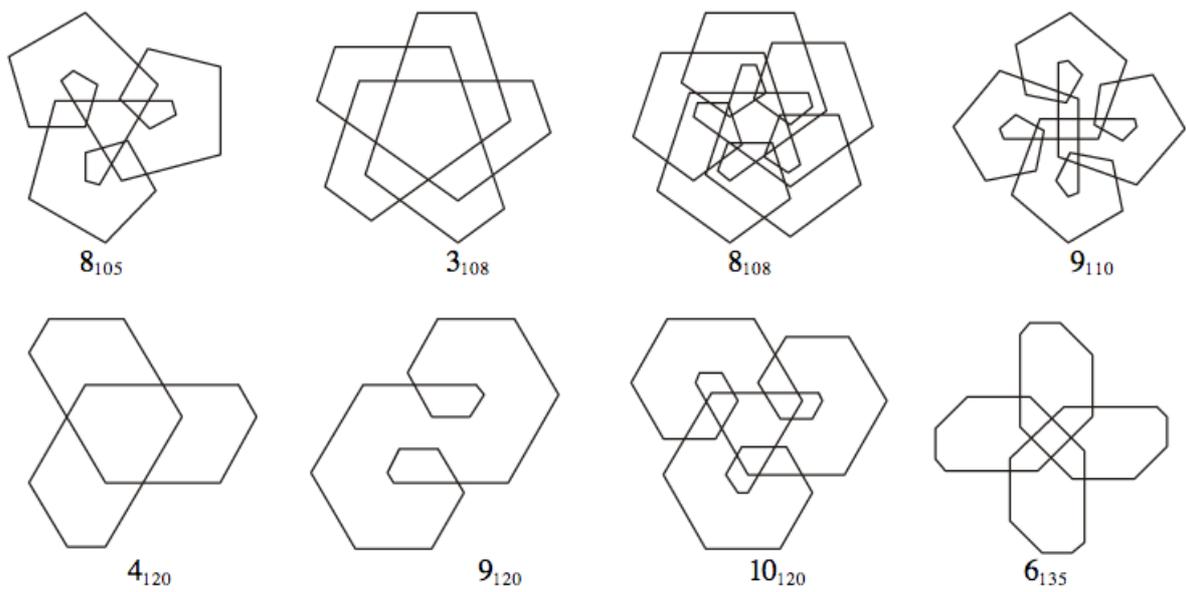


Figure 4b: Spirolaterals based on angles not $180/n$