

L'enseignement de la résolution de problèmes en cycle 3

Le module de formation

1^{er} présentiel (3h)

Un temps de mise en œuvre dans les classes et consultation de ressources (équivalent à 2h)

2^{ème} présentiel (3h)

marché aux connaissances

L'enseignement de la résolution de problèmes en cycle 3

Objectifs de formation :

- Prendre connaissance des enjeux de l'enseignement de la résolution de problèmes
- Identifier les obstacles didactiques majeurs afin d'ajuster sa démarche d'enseignement
- Passer d'une posture de remédiation à une posture d'anticipation/développer les étayages
- Mettre en œuvre, en classe, les situations abordées lors du premier regroupement
- Analyser des éléments significatifs observés durant la (les) séance(s)
- Partager les expériences de classe et analyser collectivement les observations recueillies

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

Les enjeux de la résolution de problèmes

Difficultés des élèves français en résolution de problèmes

Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.

Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.

Julien a 4 zeds.

Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ?

A. 1,06 zeds

B. 1,16 zeds

C. 5,06 zeds

D. 5,16 zeds

Evaluation TIMSS⁽¹⁾ 2015 - fin CM1

France → 42 % de réussite (plus faible de l'Union européenne)

1/3 des pays de l'UE → entre 62 % et 70 %

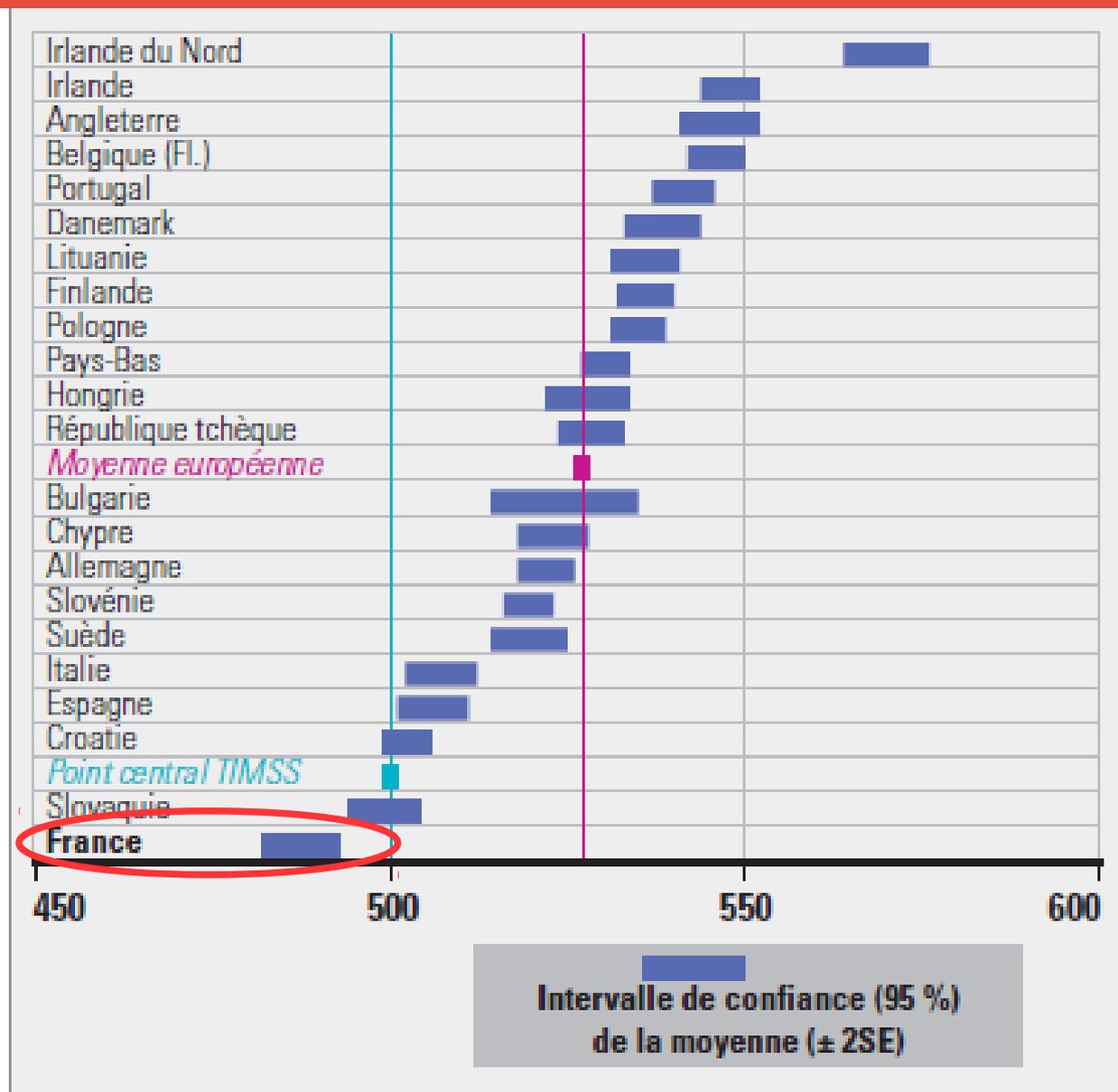
Singapour → 79 %

(1) TIMSS : Trends in International Mathematics and Science Study

Les enjeux de la résolution de problèmes

TIMMS
2015

Répartition des performances des pays de l'Union Européenne en mathématiques



Sources : IEA / MENESR-DEPP.

Résolution de problèmes en cycle 3

Les enjeux de la résolution de problèmes

BOEN spécial n°3 du 26 avril 2018

"La résolution de problèmes à l'école élémentaire"

La résolution de problèmes doit être au cœur de l'activité mathématique des élèves tout au long de la scolarité obligatoire.

[...]

L'objet de la présente note de service est de contribuer à la mise en place d'un enseignement construit pour développer l'aptitude des élèves à résoudre des problèmes.

Les enjeux de la résolution de problèmes

BOEN spécial n°3 du 26 avril 2018

"La résolution de problèmes à l'école élémentaire"

Cela nécessite de conduire, année après année, et dès le plus jeune âge, **un travail structuré et régulier** pour faire acquérir aux élèves les connaissances et compétences leur permettant :

- de **comprendre** le problème posé ;
- d'**établir une stratégie** pour le résoudre

- de **mettre en œuvre la stratégie** établie ;
- de **prendre du recul** sur leur travail, tant pour s'assurer de la pertinence de ce qui a été effectué et du résultat trouvé, que pour repérer ce qui a été efficace et ce qui ne l'a pas été afin de pouvoir en tirer profit pour faire des choix de stratégies lors de futures résolutions de problèmes.

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

De quels problèmes parle-t-on ?

Quelques propositions de définitions :

« Il y a problème, lorsqu'on peut apporter des réponses par des raisonnements. Il faut qu'il y ait quelque chose à chercher et qu'il ne soit pas possible d'utiliser la mémoire seule. »
(Guy Brousseau)

« Est un problème, pour un élève donné, toute situation (réelle ou imaginaire) dans laquelle des questions sont posées, ces questions étant telles que l'élève ne peut y répondre de manière immédiate. »
(Dominique Pernoux)

« Nous appellerons problème scolaire toute activité proposée à l'élève, constituée de données qui renvoient à un contexte, de contraintes éventuelles, et d'un but à atteindre. Pour atteindre ce but, l'élève doit mettre en place une suite d'opérations ou d'actions (qu'on appellera « procédures ») qui ne sont pas immédiatement disponibles pour lui. »
(Roland Charnay)

« Un problème se caractérise par:

- 1 - Une situation initiale et un but à atteindre.
- 2 - Une suite d'actions ou d'opérations nécessaire pour atteindre ce but.
- 3 - Un rapport sujet/situation: la solution n'est pas disponible d'emblée mais possible à construire."

(Jean Brun)

De quels problèmes parle-t-on ?

Le problème de Lise (CM2)

Lisa a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

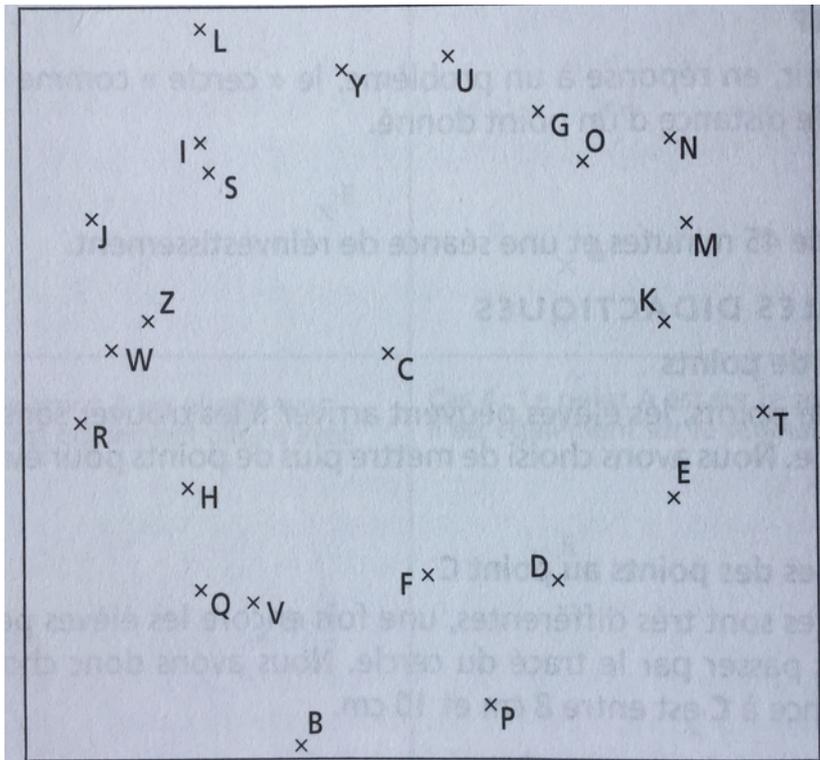
Les aimants (CE1)

Je veux afficher au tableau des feuilles. Pour les petites feuilles, j'ai besoin de 4 aimants. Pour les grandes, j'en ai besoin de 6. Je dispose de 36 aimants. Combien de feuilles vais-je pouvoir afficher ?

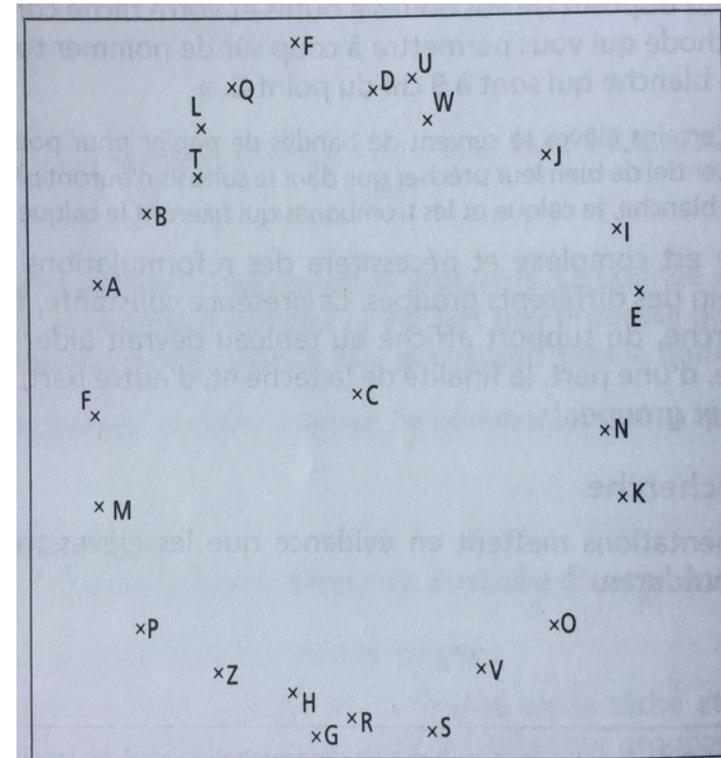
De quels problèmes parle-t-on ?

Même distance à coup sûr (CM1)

Phase 1 : trouver le nom des points situés à 7 cm du point C



Phase 2 : trouver les points situés à 9 cm du point C



De quels problèmes parle-t-on ?

Questionnements :

- Quel est le rôle de la résolution de chacun de ces problèmes dans l'activité mathématique ?
- Ont-ils la même fonction ?

Le problème de Lise ?

→ sert à mobiliser des connaissances déjà maîtrisées, à les entraîner et à les réinvestir.

Les aimants ?

→ apprendre à chercher.

Même distance à coup sûr ?

→ construire le cercle comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné.

La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques,

mais aussi ...

elle est le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens.

Programmes cycle 3

De quels problèmes parle-t-on ?

Différents stades de l'apprentissage
Différents problèmes

La plupart des notions enseignées à l'école élémentaire peuvent, à l'aide d'activités bien choisies et organisées par l'enseignant, **être construites** par les élèves comme outils pertinents pour résoudre des problèmes, avant d'être étudiées pour elles-mêmes et **réinvesties** dans d'autres situations.

De quels problèmes parle-t-on ?

Différents stades de l'apprentissage Différents problèmes

- **Situation-problème** : problème dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance
- **Problème de réinvestissement** : problème destiné à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer.
 - ... pour entraîner et évaluer des connaissances
 - ... pour développer la compétence de résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Différents stades de l'apprentissage
Différents problèmes

- **Les problèmes de recherche :**

- De véritables problèmes de recherche

- Pas de solution déjà éprouvée

- Plusieurs démarches de résolution possibles

C'est l'activité même de RP qui est privilégiée.

De quels problèmes parle-t-on ?

Trois types de problèmes/trois rôles

- La situation-problème
- Les problèmes de réinvestissement
- Les problèmes pour apprendre à chercher / problèmes ouverts

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

Textes officiels

Programme cycle 3

Préambule cycle 3 :

« **La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens.**

Si la modélisation algébrique relève avant tout du cycle 4 et du lycée, la résolution de problèmes permet déjà de montrer **comment des notions mathématiques peuvent être des outils pertinents pour résoudre certaines situations**

...

On veille aussi à proposer aux élèves **des problèmes pour apprendre à chercher** qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements... »

Textes officiels

Programme cycle 3

Introduction du thème « nombres et calcul » :

Les problèmes arithmétiques proposés au cycle 3 permettent d'enrichir le sens des opérations déjà abordées au cycle 2 et d'en étudier de nouvelles.

Les procédures de traitement de ces problèmes peuvent évoluer en fonction des nombres en jeu et de leur structure. Le calcul contribuant aussi à la représentation des problèmes, il s'agit de développer simultanément chez les élèves des aptitudes de calcul et de résolution de problèmes arithmétiques (le travail sur la technique et sur le sens devant se nourrir l'un l'autre).

Repères progressivité cycle 3

La progressivité sur la résolution de problèmes, outre la structure mathématique du problème, repose notamment sur :

- les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux ;
- le nombre d'étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves ;
- les supports envisagés pour la prise d'informations.

La communication de la démarche et des résultats prend différentes formes et s'enrichit au cours du cycle.

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

Les compétences

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques :

chercher,

modéliser,

représenter,

calculer,

raisonner

et communiquer.

Les compétences

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques :

chercher,

modéliser,

représenter,

calculer,

raisonner

et communiquer.

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

Les compétences

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques :

chercher,

modéliser,

représenter,

calculer,

raisonner

et communiquer.

- Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

Les compétences

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques :

chercher,

modéliser,

représenter,

calculer,

raisonner

et communiquer.

- Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, ...

Les compétences

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques :

chercher,

modéliser,

représenter,

calculer,

raisonner

et communiquer.

- Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats.
- Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Les compétences

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques :

chercher,

modéliser,

représenter,

calculer,

raisonner

et communiquer.

- Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.
- Progresser collectivement dans une investigation en sachant prendre en compte le point de vue d'autrui.
- Justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

Les compétences

Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques :

chercher,

modéliser,

représenter,

calculer,

raisonner

et communiquer.

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

Étude d'un problème

Le problème de Lise (CM2)

Lisa a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

Résolvez ce problème en vous focalisant sur la méthode que vous avez mise en œuvre.

Étude d'un problème

Quelles sont les caractéristiques de ce problème ?

Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?

Quelles difficultés peut-on anticiper ?

Quelles pistes d'étayage peut-on proposer en réponse aux difficultés – anticipées et constatées ?

Quels choix j'opère pour gérer l'hétérogénéité de ma classe ? Quel scénario d'aide je joue dans ma classe ?

Étude d'un problème

Quels gestes professionnels cherche-t-on à développer ?

- capacité à analyser le problème afin d'anticiper les difficultés et de concevoir des étayages
- capacité à faire des choix pour gérer l'hétérogénéité de sa classe
- capacité à interagir avec ses élèves en temps réel
- capacité à évaluer de manière formative les productions de ses élèves afin d'ajuster son enseignement

Étude d'un problème

Quelles sont les caractéristiques de ce problème ?

- *domaine : grandeurs et mesures*
- *champ numérique: les décimaux, données en lettres et en chiffres*
- *champs conceptuels : additif et multiplicatif (avec nbres décimaux)*
- *problème arithmétique de réinvestissement*
- *problème complexe (mobilisation de plusieurs connaissances mathématiques → plusieurs étapes) avec une forme basique (pas de données superflues, syntaxe facile et contexte facile à comprendre → Contexte familier de la vie réelle)*

Étude d'un problème

Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?

- Lecture compréhension
- Connaître les techniques opératoires avec les nombres décimaux (addition et multiplication, éventuellement soustraction)
- Gérer les informations
- Trouver et gérer les différentes étapes d'un problème
- Être capable de communiquer ses résultats
- Interpréter la valeur des décimaux

Étude d'un problème

Quelles difficultés peut-on anticiper ?

- Lecture partielle de l'énoncé, question mal identifiée
- Difficultés de compréhension
- Oubli des données en lettres
- Erreurs de calcul
- Oubli des unités dans la réponse
- Ne pas savoir interpréter le résultat qu'on a trouvé (résultats intermédiaires)
- « manque »: terme induisant une soustraction
- Difficulté à trouver les sous problèmes calculables

Étude d'un problème

Analyse de production d'élèves

Productions des élèves	Les réussites	Les erreurs	Propositions d'aides qui auraient permis à l'élève de mieux résoudre le problème
Production 3			
Production 4			
Production 5			
Production 9			

Étude d'un problème

Analyse de production d'élèves

Réussites

CALCULER : Le calcul est réussi

CHERCHER :

Compare bien le résultat total à

10€, pour trouver ce qui

manque

Maîtrise

l'addition des

nombres

décimaux

Maîtrise la

soustraction

CM2
③ Prénom : Rh. école : Camille Claudel

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€. Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 1,29 \\ \hline 4,78 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 49 \\ + 29 \\ \hline 78 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 3,49 \\ + 1,29 \\ + 1,29 \\ \hline 9,96 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 9,96 \\ + 4,78 \\ \hline 14,74 \end{array}$$

les achats

Il lui manque 4,34

Erreurs

Erreur car lecture linéaire du problème

Semble traiter les données dans l'ordre de l'énoncé, avant de raisonner sur l'ensemble de l'énoncé

Problème d'organisation
Nombre décimal comme juxtaposition de deux entiers

Le raisonnement ne conduit pas à la résolution

Semble constituer des goûters, en associant 1 paquet de gâteaux à 1 bouteille de soda

Étude d'un problème

Analyse de production d'élèves

Réussites

A compris le

problème

Procédure juste

(4) Pour que l'examen soit réussi. Il obtient 84 bonnes réponses dans la première.

Prénom : C.V école : Casmille Cabudel

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.
Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 1,29 \\ \times 3 \\ \hline 3,87 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,49 \\ \times 2 \\ \hline 6,98 \end{array}$$

Je cherche le nombre d'argent qui lui manque.

$$\begin{array}{r} 6,98 \\ + 3,87 \\ \hline 10,85 \end{array}$$

Il lui manque 85 centimes.

Erreurs

- Erreur de calcul
(gestion spatiale de la retenue)

- Erreur dans la vérification

- Incompréhension des nombres décimaux (851 centimes)

Étude d'un problème

Analyse de production d'élèves

Réussites
Il sait effectuer
une soustraction
posée

CM2
5) Prénom : DTF école : _____

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.
Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

Je cherche la somme de paquet gâteaux et de bouteille de Soda

calcul :

$$\begin{array}{r} 3,49€ \\ - 1,29€ \\ \hline = 2,20€ \\ - 1,00€ \\ \hline 2,10€ \end{array}$$

il lui manque 2,10 pour le gateau et le soda

Erreurs

- Effet du mot inducteur « MANQUE »
→ soustraction
- Traitement partiel des données
- problème du sens des opérations
- non prise en compte des données lettrées
- L'opération ne correspond pas à ce qu'il annonce
- problème de compréhension d'énoncé, de vocabulaire mathématiques
- méconnaissance des nombres décimaux et des techniques opératoires
- Perte de sens
- Semble répondre au « contrat didactique », en présentant sa solution et en effectuant des opérations
- Pose mal les chiffres, dans une soustraction impliquant des nombres entiers et des nombres décimaux

Étude d'un problème

Analyse de production d'élèves

9)

CM2

Prénom : N. J.

école : Cornille Claret

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€. Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

Réussites

A compris une partie du problème

$$\begin{array}{r} \times 3,49 \\ \quad 2 \\ \hline 6,98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,29 \\ \quad 3 \\ \hline 1,87 \end{array}$$

Il lui manque 6,98 € pour le gâteau
Il lui manque 1,87 € pour les bouteilles de soda.

Erreurs

- problème de compréhension d'énoncé, de vocabulaire mathématiques
- erreur de calcul ($1,29 \times 3$)
- étourderie
- perte d'informations
- il manque une étape du raisonnement
- N'a pas traité toutes les données et ne les a pas articulées

Étude d'un problème

Quelles pistes d'étayage peut-on proposer en réponse aux difficultés – anticipées et constatées ? → productions 3 et 5

Élève 3

Réécriture de l'énoncé avec placement de la question en premier.
Mettre à disposition une procédure imagée de l'énoncé : on joue à la marchande.

Faire dessiner le problème (le faire pour leur montrer si besoin).

Élève 5

Verbalisation avant de commencer le problème : raconter l'histoire.

Isoler les étapes : guidage

Modifier les données (domaine numérique : nombres entiers)

Étude d'un problème

Quels choix j'opère pour gérer l'hétérogénéité de ma classe ? Quel scénario d'aide je joue dans ma classe ?

Agir avant

→ Pro-action

Agir pendant

→ abeille

→ sas d'entrée dans la tâche

→ table coup pouce

[Un outil pour aider les enseignants](#)

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

Présentation du distanciel

Objectifs

- Mettre en œuvre, en classe, les situations abordées lors du premier regroupement
- Analyser les éléments significatifs observés durant la(les) séance(s)

Tâches à effectuer dans l'intersession :

- Mettre en œuvre des séances de résolution de problèmes.
Problèmes [CM1](#) [CM2](#)
- Répondre à un [questionnaire](#).

Quelques lectures :

- [Diaporama de C. Houdement](#)
- [Article de C. Houdement](#)
- [Dossier de veille de l'IFÉ, n°105](#)

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

Aider les élèves

Ce que dit la recherche :

Jean Julo

Universités de Rennes 1 et 2

- La mémoire des problèmes (sous forme de schémas de problèmes) que **nous avons rencontrés et résolus** joue un rôle décisif dans la façon dont nous nous représentons un nouveau problème à résoudre.
- Résoudre un problème passe par la construction d'une représentation de ce problème et la réussite à ce problème enrichit notre mémoire des problèmes ...résolus
- **Il devient urgent et crucial d'enrichir la mémoire des problèmes de chaque élève.**
- La source des difficultés persistantes des élèves en mathématiques est « une carence en matière de véritable occasion de résoudre des problèmes »

Aider les élèves

Ce que dit la recherche :

Jean Julo

Universités de Rennes 1 et 2

- **3 critères à respecter (idéalement) pour une aide efficace :**
 - Ne donne pas d'indices
 - N'oriente pas vers une procédure de résolution
 - Ne suggère pas une modélisation du problème
- Mais il est parfois nécessaire de s'adapter...

Aider les élèves

Du côté des chercheurs

1. La reformulation  **Jean Julo**
Universités de Rennes 1 et 2
2. Les tâches surajoutées 
3. La multi-présentation 
4. Les aides tutorielles 
5. Le recodage sémantique  **Emmanuel Sander**
Faculté de Psychologie et des
Sciences de l'Éducation (FPSE)
Université de Genève

Aider les élèves

Du côté des chercheurs

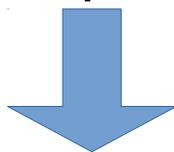
1. La reformulation
2. Les tâches surajoutées
3. La multi-présentation
4. Les aides tutorielles
5. Le recodage sémantique

Aider les élèves

1. La reformulation → vers le jeux de rôle

Problème :

Je vais acheter 12 baguettes de pain à 0,90 €. Combien vais-je donner au boulanger ?



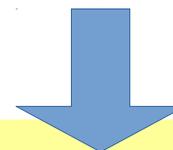
- **MAMAN** : Tiens, tu vas aller à la boulangerie. Il nous faudrait 12 baguettes.
- **ENFANT** : Je prends combien dans ton porte-monnaie ?
- **MAMAN** : Eh bien, une baguette coûte 90 centimes. Je te laisse calculer !

Aider les élèves

1. La reformulation → changement de présentation

Problème :

Arthur a 124 €. Son frère lui donne 15 € pour son anniversaire. Il s'achète une paire de roller à 36 €. Lors d'une visite chez sa mamie, il reçoit un billet de 50 €. Il décide d'acheter 2 livres à 14 €. Il prête 25 € à son cousin à qui il manquait de l'argent pour acheter un jeu vidéo à 49 €. Combien Arthur a-t-il d'argent maintenant ?



- On va chercher combien Arthur a à la fin.
- Au début il a 124 €.
- Son frère lui donne 15 €.
- Arthur s'achète une paire de roller à 36 €.
- Sa mamie lui donne un billet de 50 €.
- Il achète 2 livres à 14 € **chacun**.
- Il prête 25 € à son cousin.
- Combien a-t-il maintenant ?

Aider les élèves

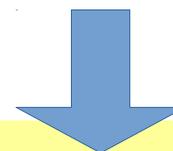
- 1. La reformulation** → Mettre la question au début
→ Rajouter des étapes

Problème :

Dans sa tire-lire, Tristan a deux billets de 50 €, quinze pièces de 2 € et trois pièces de 1 €.

Il a 35 € de plus qu'Audrey et 48 € de moins que Quentin.

Combien a chaque enfant ?



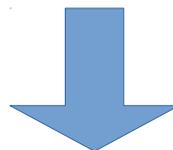
- Tu vas chercher combien a chaque enfant.
- Tristan a deux billets de 50 €, quinze pièces de 2 € et trois pièces de 1 €.
- **Combien d'argent a Tristan ?**
- Il a 35 € de plus qu'Audrey.
- **Combien d'argent a Audrey ?**
- Il a 48 € de moins que Quentin.
- **Combien d'argent a Quentin ?**

Aider les élèves

1. La reformulation → Formuler différemment

Problème :

La Loire est le plus long fleuve de France, elle fait 1012 km. La Loire a 236 km de plus que la Seine, et la Seine a 129 km de plus que la Garonne. Trouve la longueur de la Seine et celle de la Garonne.



- La Loire : 1012 km
- La Loire a 236 km de plus que la Seine.
- *Longueur de la Seine ?*
- La Seine a 129 km de plus que la Garonne.
- *Longueur de la Garonne ?*

OU

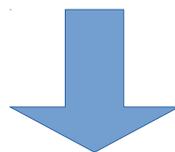
- La Loire : 1012 km
- La Seine a 236 km de moins que la Loire.
- *Longueur de la Seine ?*
- La Garonne a 129 km de moins que la Seine.
- *Longueur de la Garonne ?*

Aider les élèves

1. La reformulation → Changer les nombres

Problème :

Dans sa tirelire, Tristan a deux billets de 50 €, quinze pièces de 2 € et trois pièces de 1 €. Il a 35 € de plus qu'Audrey et 48 € de moins que Quentin. Combien d'argent a chaque enfant ?



Dans sa tirelire, Tristan a un billet de 5 €, une pièce de 2 € et trois pièces de 1 €. Il a 1 € de plus qu'Audrey et 2 € de moins que Quentin. Combien d'argent a chaque enfant ?

Aider les élèves

Du côté des chercheurs

1. La reformulation

2. Les tâches surajoutées

3. La multi-présentation

4. Les aides tutorielles

5. Le recodage sémantique

Aider les élèves

2. Les tâches surajoutées

Ma bougie neuve mesurecm. Je l'allume à h et je la laisse brûler pendanth. Elle diminue decm par heure. Combien mesure-t-elle maintenant ?

Données à replacer : 2 18 10 25

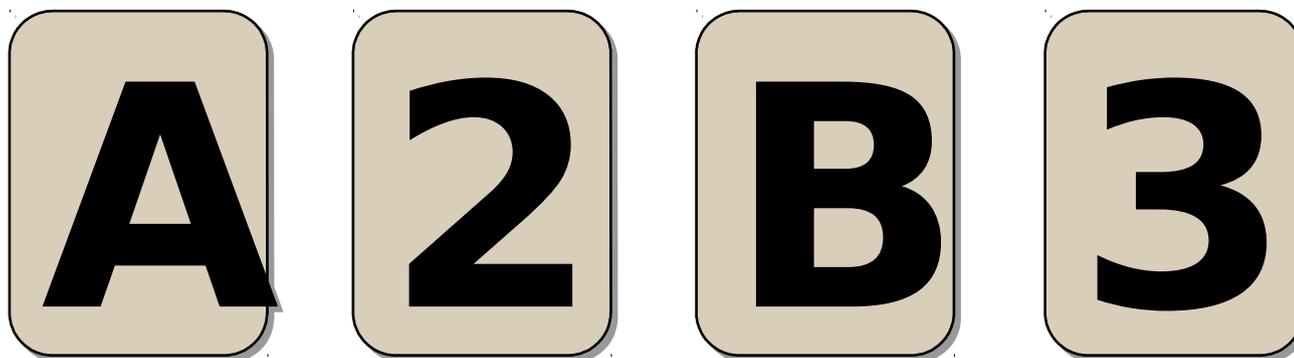
Aider les élèves

Du côté des chercheurs

1. La reformulation
2. Les tâches surajoutées
3. La multi-présentation
4. Les aides tutorielles
5. Le recodage sémantique

Aider les élèves

3. La multi-présentation → importance du contexte



Chaque carte porte une lettre sur une face et un chiffre sur l'autre.

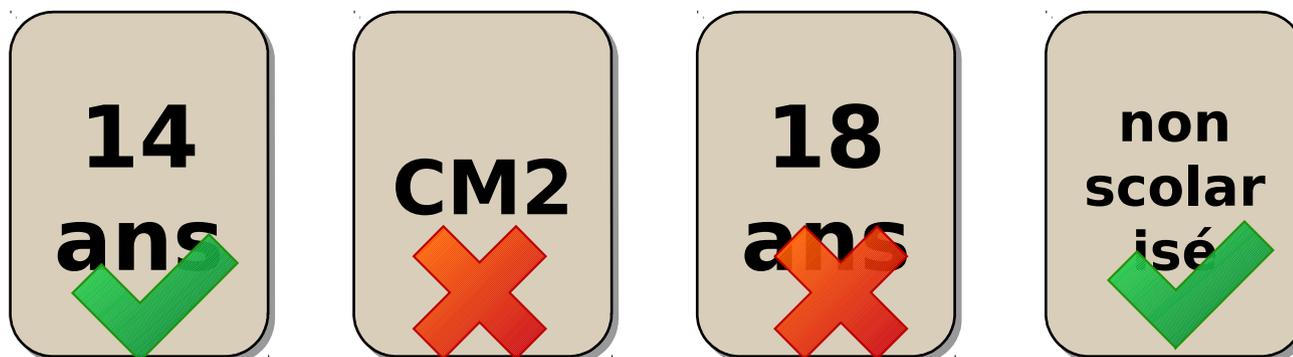
S'il y a une **voyelle** sur une face, il doit y avoir un **chiffre pair** sur l'autre.

Vérifier que la règle est respectée pour ces 4 cartes en retournant le moins de cartes possible.

Lesquelles devez-vous retourner ?

Aider les élèves

3. La multi-présentation → importance du contexte



Il y a quatre enfants dans une famille. Chaque enfant écrit son âge sur une face et sa classe, s'il est scolarisé, sur l'autre. (pas d'instruction dans la famille)

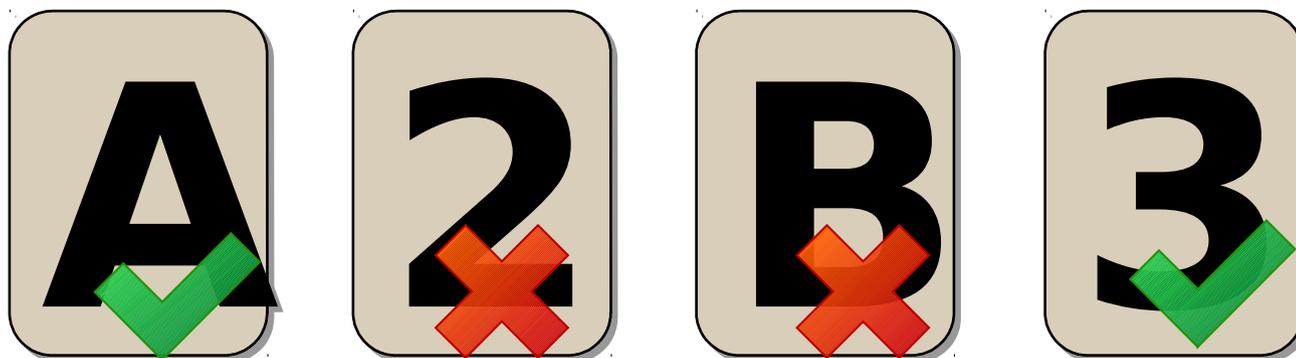
Si l'enfant a 16 ans ou moins alors l'instruction est obligatoire.

Vérifier que la loi est respectée pour ces 4 enfants en retournant le moins de cartes possible.

Lesquelles devez-vous retourner ?

Aider les élèves

3. La multi-présentation → importance du contexte



Chaque carte porte une lettre sur une face et un chiffre sur l'autre.

S'il y a une **voyelle** sur une face, il doit y avoir un **chiffre pair** sur l'autre.

Vérifier que la règle est respectée pour ces 4 cartes en retournant le moins de cartes possible.

Lesquelles devez-vous retourner ?

Aider les élèves

3. La multi-présentation

Judith, Catherine et Anne ont 126 ans à elles trois.

Judith est la plus âgée et Anne la plus jeune.

Judith est 4 fois plus âgée qu'Anne. Catherine est deux fois plus âgée qu'Anne.

Quel est l'âge de chacune ?

On a trois ficelles : une grande, une moyenne et une petite. Mises bout à bout, elles mesurent 126 cm.

La grande ficelle est 4 fois plus longue que la plus petite. La moyenne est deux fois plus longue que la petite.

Quel est la longueur de chacune des ficelles ?

On a trois colis : un grand, un moyen et un petit. Ensemble, ils pèsent 126 kg.

Le grand colis est 4 fois plus lourd que le plus petit. Le moyen est deux fois plus lourd que le petit.

Quel est le poids de chacun des colis ?

Aider les élèves

3. La multi-présentation

Judith, Catherine et Anne ont 126 ans à elles trois.

Judith est la plus âgée et Anne la plus jeune.

Judith est 4 fois plus âgée qu'Anne.

Quel est l'âge de chaque une.

On

e

La

for

Qu

On

Le g

lourd

Quel

- Même structure mathématique

- Mêmes nombres (même réponse numérique)

- Même syntaxe,

- Les informations arrivent dans le même ordre avec la même organisation énonciative

Aider les élèves

Du côté des chercheurs

1. La reformulation
2. Les tâches surajoutées
3. La multi-présentation
4. Les aides tutorielles
5. Le recodage sémantique

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles

Léo a 36 billes, Zoé en a 5 fois plus.
Combien Zoé en a-t-elle ?

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles → aide 1

Vrai ou faux :

Léo a 36 billes, Zoé en a 5 fois plus.
Combien Zoé en a-t-elle ?

Léo a plus de billes que Zoé ? _____

5 fois plus que 7, c'est 35 ? _____

5 fois plus que 7, c'est 12 ? _____

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles → aide 2

Entoure la bonne réponse :

«5 fois plus», c'est :

... + 5

... x 5

... - 5

Léo a 36 billes, Zoé en a 5 fois plus.
Combien Zoé en a-t-elle ?

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles → aide 3

**Entoure le calcul
qui correspond
à l'énoncé :**

Léo a 36 billes, Zoé en a 5 fois plus.
Combien Zoé en a-t-elle ?

$$6 \times 6 = 36$$

$$36 + 5 = 41$$

$$5 \times 5 = 25$$

$$36 \times 5 = 180$$

$$25 \times 5 = 125$$

$$36 - 5 = 31$$

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles → aide 4

Complète :

5 fois plus,
c'est ... x 5

3	15
5	25
6	
10	
20	

Léo a 36 billes, Zoé en a 5 fois plus.

Combien Zoé en a-t-elle ?

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles

Mélissa prépare la table pour un repas. Elle doit placer 48 roses de la façon suivante : 12 roses au centre de la table et le reste partagé aux 4 coins de la table.

Combien de roses y aura-t-il à chaque coin ?

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles → aide à lecture

Mélissa prépare la table pour un repas. Elle doit placer 48 roses de la façon suivante : 12 roses au centre de la table et le reste partagé aux 4 coins de la table.
Combien de roses y aura-t-il à chaque coin ?

Mélissa prépare la table pour un repas.

Elle doit placer 48 roses :

- 12 roses au centre de la table ;
- le reste partagé aux 4 coins de la table.

Combien de roses y aura-t-il à chaque coin ?

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles → étapes intermédiaires

Mélissa prépare la table pour un repas. Elle doit placer 48 roses de la façon suivante : 12 roses au centre de la table et le reste partagé aux 4 coins de la table.
Combien de roses y aura-t-il à chaque coin ?

Elle doit placer 48 roses.

Elle met 12 roses au milieu de la table.

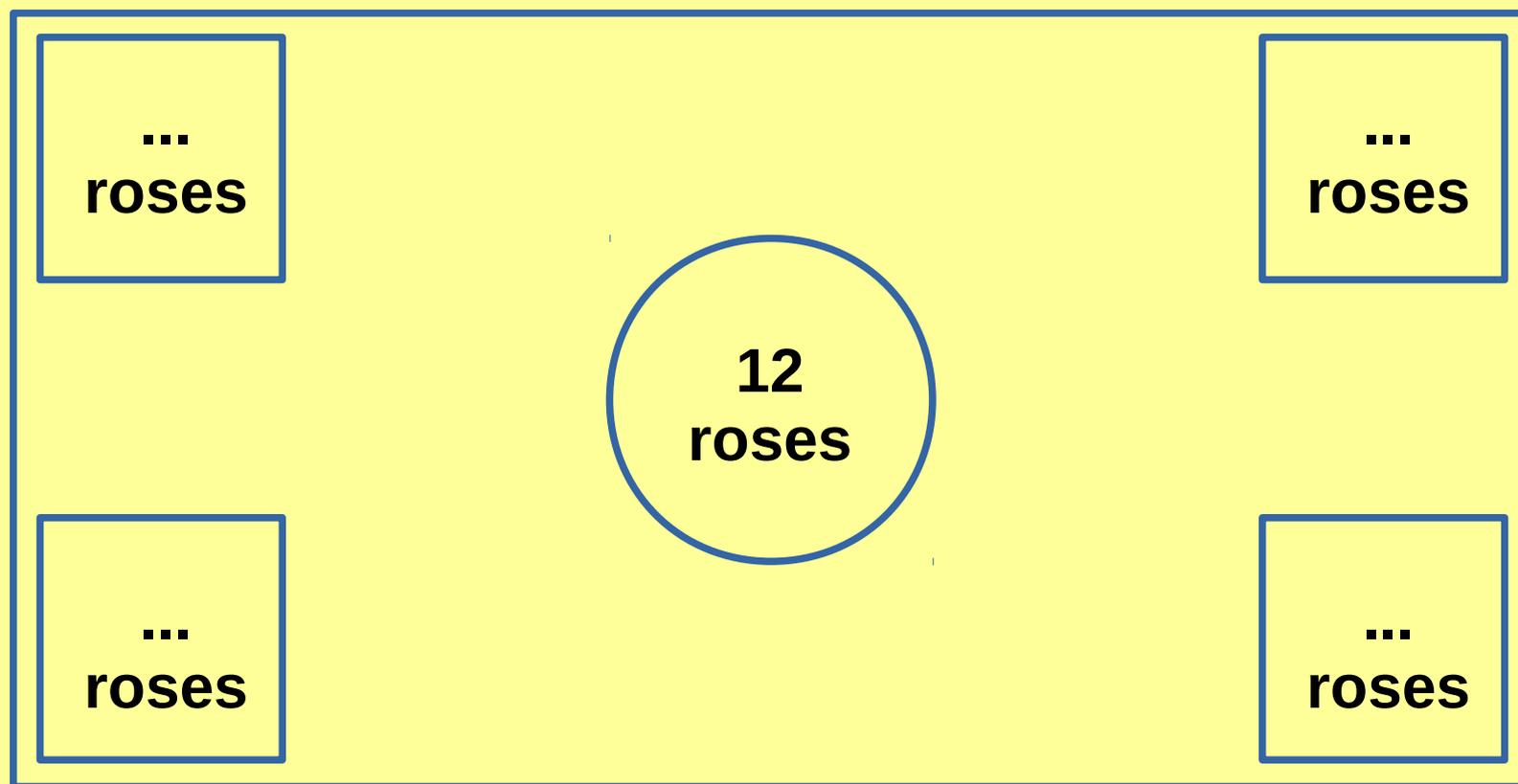
Combien lui en reste-t-il après ?

Elle partage le reste aux 4 coins de la table.

Combien de roses y a-t-il à chaque coin ?

Aider les élèves

4. Les aides tutorielles → schéma



Aider les élèves

Du côté des chercheurs

1. La reformulation
2. Les tâches surajoutées
3. La multi-présentation
4. Les aides tutorielles
5. Le recodage sémantique

Aider les élèves

5. Le recodage sémantique

- Le recodage sémantique permet de faire apparaître **la ressemblance profonde entre deux situations** qui sont **analogues sur le plan des notions disciplinaires, en dépit des différences sémantiques.**
- Son objet est de faire dépasser une compréhension spontanée (« intuitive »), fondée sur les seules connaissances quotidiennes.

Aider les élèves

5. Le recodage sémantique → exemple 1

Madame Durand achète dans une librairie pour chacun de ses 5 enfants, 3 stylos.

Combien de stylos achète-t-elle en tout ?

(On demande de faire une addition)

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

Madame Durand achète dans une librairie pour chacun de ses 5 enfants, 3 stylos : 1 stylo rouge, 1 stylo bleu et 1 stylo vert.

Combien de stylos achète-t-elle en tout ?

(On demande de faire une addition)

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 \text{ MAIS AUSSI } 5 + 5 + 5$$

Aider les élèves

5. Le recodage sémantique → exemple 2

Pierre va à l'école avec des billes. A la récréation, il perd 39 billes. Maintenant il lui reste 4 billes. Combien de billes Pierre avait-il avant la récréation ?

Transformation



Aider les élèves

5. Le recodage sémantique → exemple 2

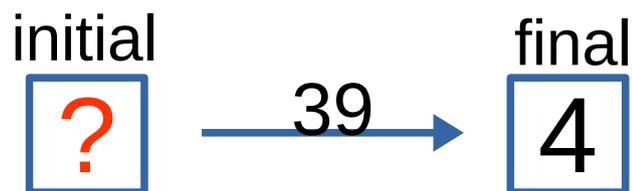
Pierre va à l'école avec des billes . A la récréation, il perd 39 billes . Maintenant il lui reste 4 billes . Combien de billes Pierre avait-il avant la récréation ?

Aider les élèves

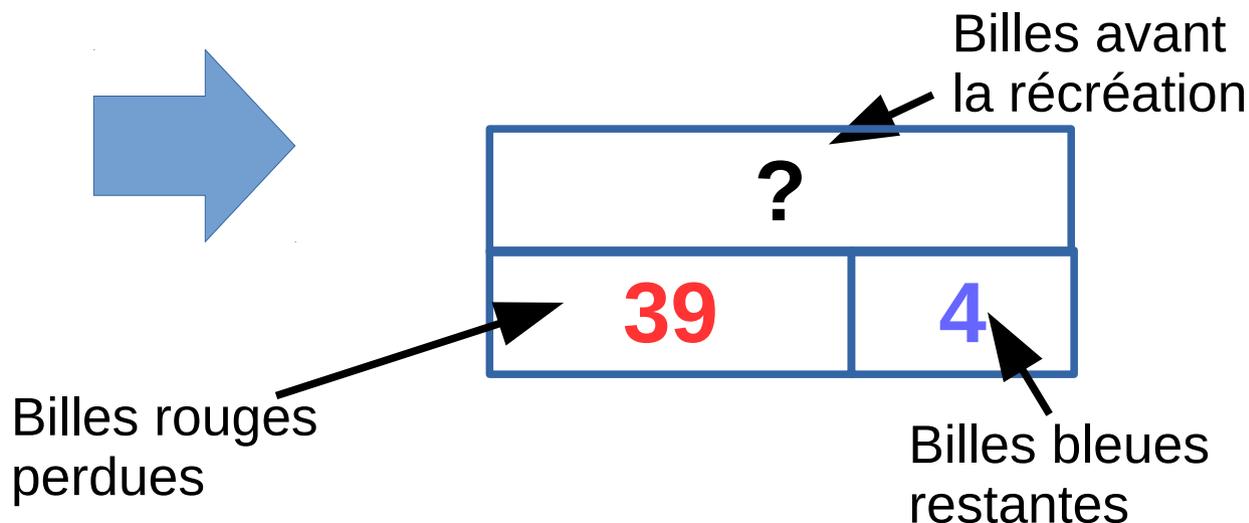
5. Le recodage sémantique → exemple 2

Pierre va à l'école avec des billes **bleues et des billes rouges**. A la récréation, il perd **ses 39 billes rouges**. Maintenant il lui reste **ses 4 billes bleues**. Combien de billes Pierre avait-il avant la récréation ?

Transformation



Combinaison



Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

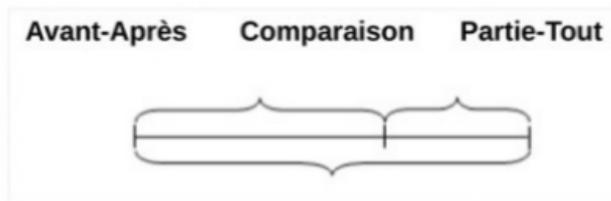
Présentation du distanciel

Aider les élèves

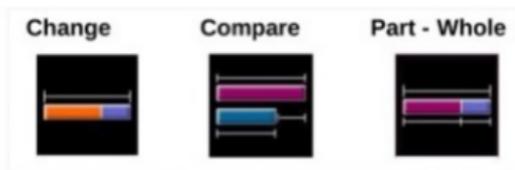
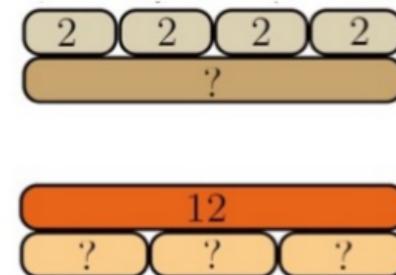
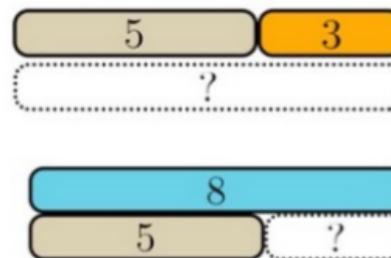
La schématisation

La schématisation

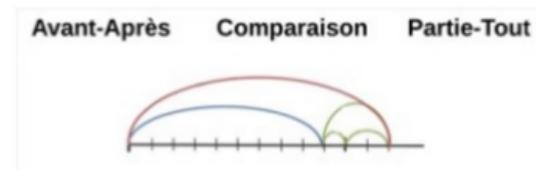
Quels types de schémas?



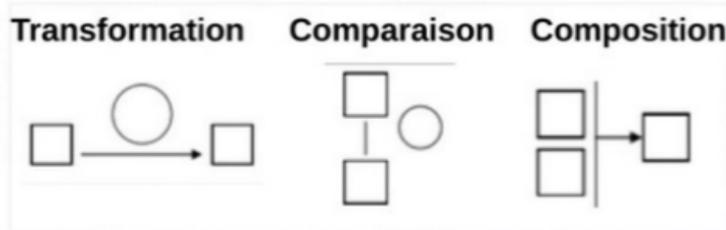
Circulaire J.M. Blanquer du 25-04-2018
http://www.education.gouv.fr/40295/bulletin_officiel.html?cid_bo=128725



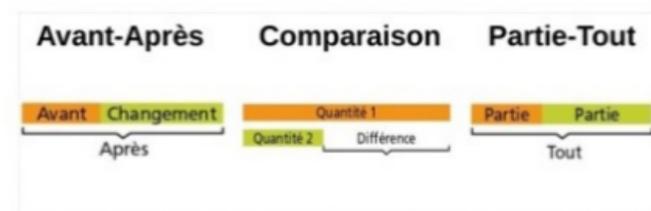
Maths Playground
<https://www.mathsplayground.com/thingstoknow.html>



Projet ACE ArithmEcole
<http://projetace-mont.ac.ile.fr/IMG/pdf/presentation-ace-arithmecole.pdf>



G. Vergnaud

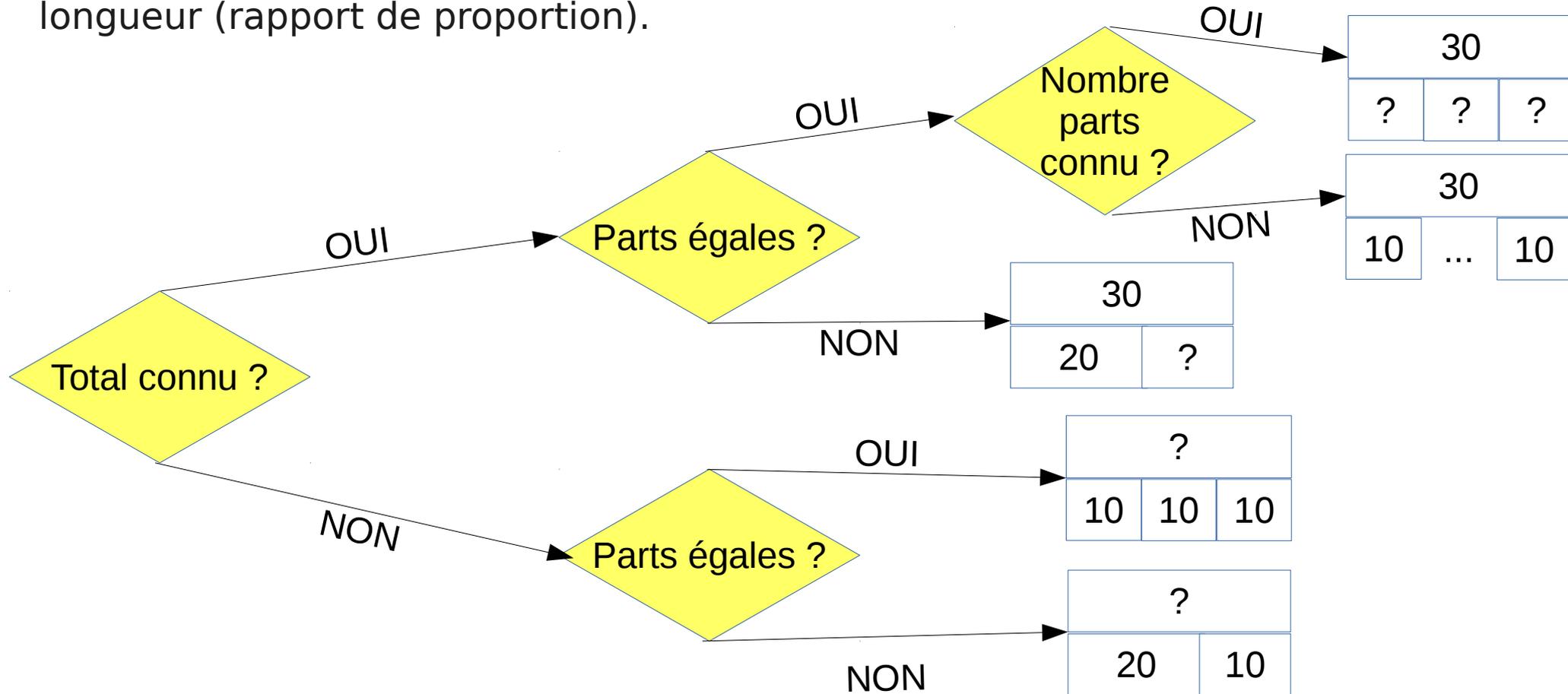


Méthode de Singapour
<https://www.lalibrariedescolés.com/la-methode-de-singapour-nouvelle-edition/>

La schématisation

Comment construire les schémas en barre ?

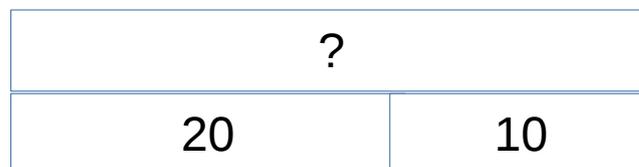
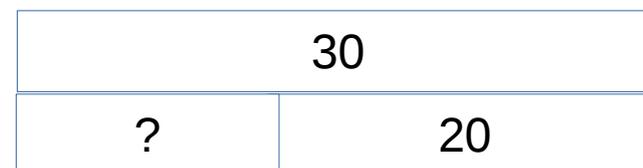
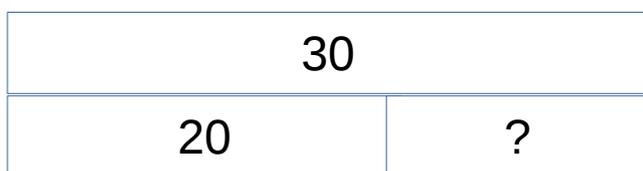
Représentation → un nombre est représenté par une barre d'une certaine longueur (rapport de proportion).



La schématisation

Les schémas en barre

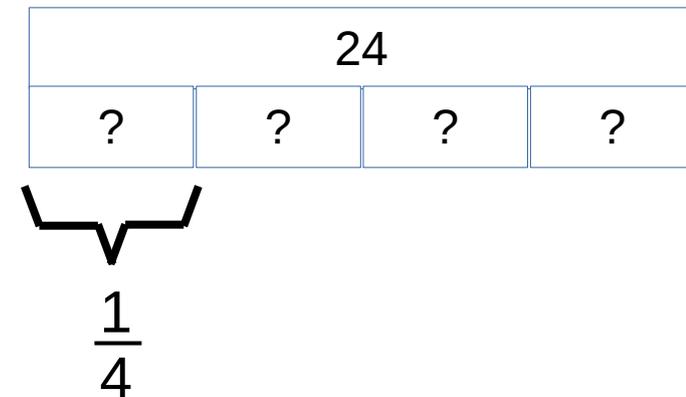
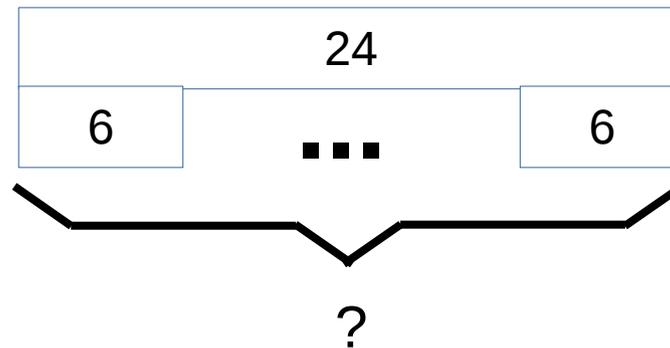
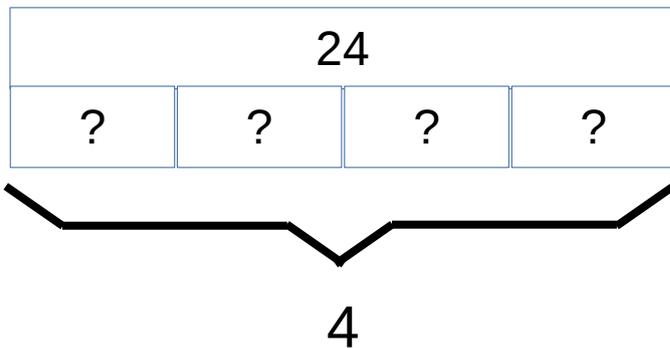
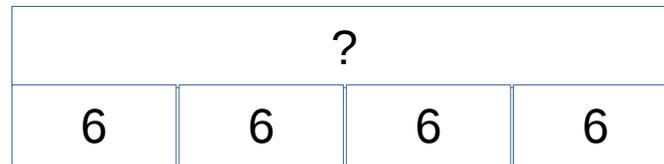
Cas des problèmes additifs : modèle « partie - tout »



La schématisation

Les schémas en barre

Cas des problèmes multiplicatifs : un schéma compatible avec le modèle additif.

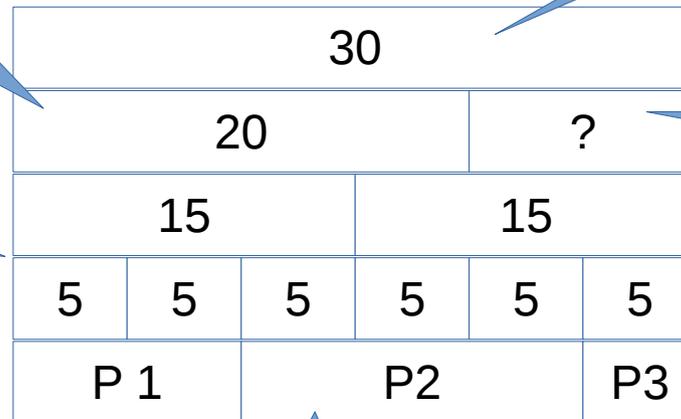


La schématisation

Les schémas en barre : conventions

La longueur de chaque barre est proportionnelle à la valeur représentée

On peut ajouter des lignes de barres (plusieurs étapes)



On peut utiliser des étiquettes

On utilise la ligne du haut pour le tout

Le point d'interrogation désigne la grandeur que l'on cherche

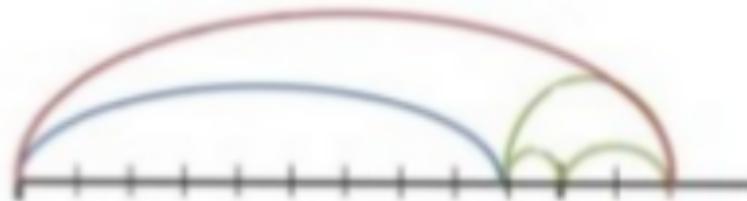
La longueur de chaque ligne est la même
PAS DE TROU

La schématisation

Points forts - points faibles des schémas

Droite graduée :

- **Points +** : proche du nombre (peut représenter la longueur), met en évidence les sens opératoires des 4 opérations. Permet de représenter la structure de l'écriture décimale. Permet la comparaison.
- **Points -** : abstrait, risque d'énumérer à cause des graduations, problème de la transposition longueur vers abscisse (repérage)-addition pas symétrique. La tâche de représentation des données numérique sur la droite est longue (question de représentation exacte).

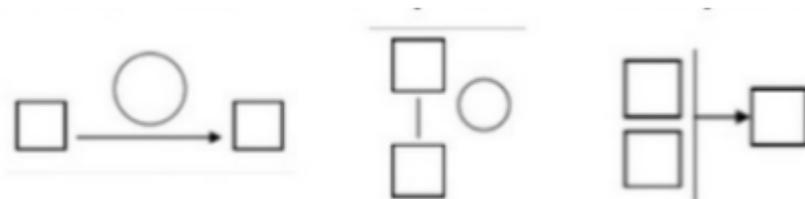


La schématisation

Points forts - points faibles des schémas

Bulles type Vergnaud :

- **Points +** : présentation algorithmique, permet de représenter toutes les opérations comme transformations. (pour le cas des transformations). Symétrie des données dans le cas des compositions.
- **Points -** : difficultés liées à la multiplicité des schémas pour des opérations identiques. Ne représente pas la quantité, schéma qui n'explicite pas la structure du nombre ni l'opération, ni les liens entre opérations.



La schématisation

Points forts - points faibles des schémas

Schémas en barres :

- **Points +** : proche des longueurs représentées sur la droite graduée. Pas de problème de changement de registre des nombres (repère/longueur). Peut ne pas être à l'échelle (comme pour les bulles, sens algorithmique). Utilisation possible des 2 dimensions du rectangle. Symétrie des données intuitive. Lien avec les opérations explicite. Lien fort avec les fractions d'unité. Possibilité de superposition.
- **Points -** : pas de soustractions possibles. Additions ou additions à trou. Nécessité de comprendre la soustraction comme complément par superposition de longueurs.

La schématisation

Utiliser les schémas en barres pour résoudre les problèmes complexes :

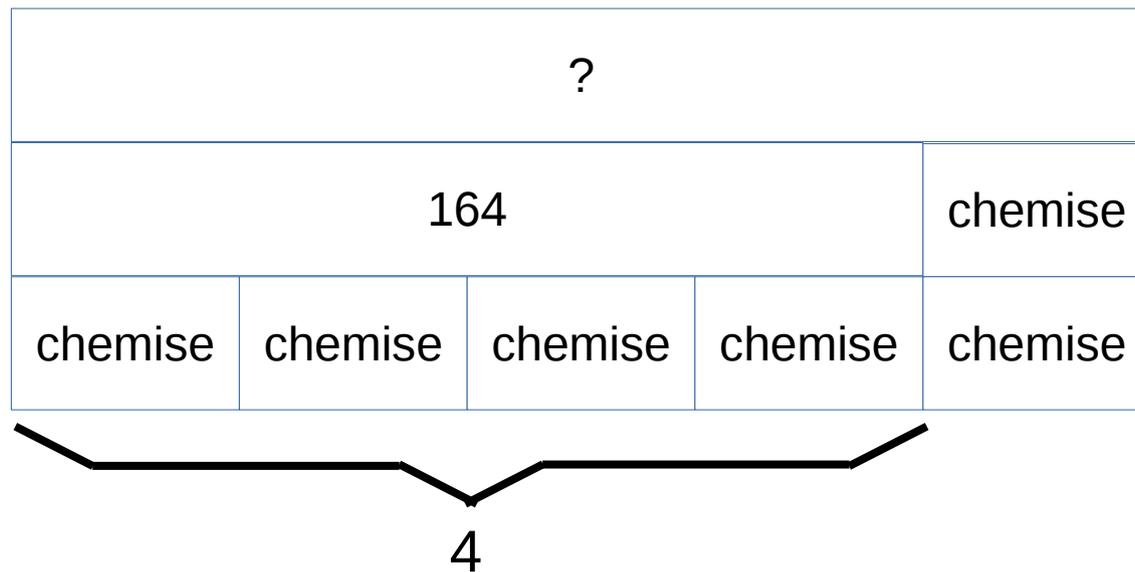
Dans la bibliothèque de l'école, il y a 363 livres. Le professeur en apporte 125 de plus. Les élèves en empruntent 175. Combien y a-t-il de livres dans la bibliothèque de l'école ?

Nombre total de livres	
363	125
?	175

La schématisation

Utiliser les schémas en barres pour résoudre les problèmes complexes :

Un manteau coûte 164 euros. Le manteau coûte quatre fois plus cher que la chemise. J'achète le manteau et la chemise. Combien je dois payer ?



La schématisation

Utiliser les schémas en barres pour résoudre les problèmes complexes :

Alice dépense les 3 cinquièmes de son argent de poche pour acheter un livre. Elle donne les 3 quarts de ce qui lui reste pour rembourser son frère. Maintenant elle n'a plus que 5 Euros. Quelle était sa fortune au départ ?

?				
Livre				
Livre				
Livre		Frère		5

La schématisation

Utiliser les schémas en barres pour résoudre les problèmes complexes :

A une fête sportive, deux fois plus d'élèves ont choisi le basket que la natation. Le nombre d'élèves qui ont choisi le basket est un quart du nombre d'élèves qui ont choisi le foot. Si 210 élèves de plus que la natation ont choisi le foot, combien d'élèves ont choisi le basket ?

foot							
basket ?		basket ?		basket ?		basket ?	
natation							
natation	210						

La schématisation

Bilan sur les schémas en barre et la modélisation :

- Efficace, même pour des problèmes a priori difficiles !
- Nécessité de l'apprentissage des constructions des schémas pour en permettre l'usage.
- Les apports des schémas en barre : permettent d'unifier les modélisations et de simplifier les représentations en restant proche du sens du contexte, et proches des nombres.
- Nécessité de son usage ?
Non, c'est un outil pour aider à passer au modèle algébrique.

Sommaire

Les enjeux de la résolution de problèmes

De quels problèmes parle-t-on ?

Textes officiels

Les compétences

Étude d'un problème

Présentation du distanciel

Aider les élèves

La schématisation

L'enseignement de la résolution de problèmes en cycle 3

**MERCI POUR VOTRE
ATTENTION**

dominique.herisse@ac-grenoble.fr